

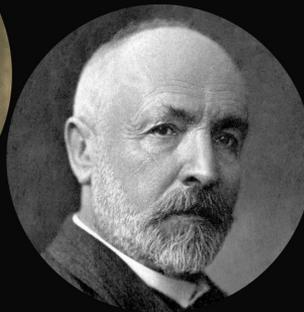
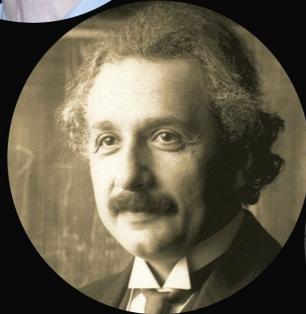
Étienne Bonheur



## Citations mathématiques



Plus de 200 citations  
sourcées et vérifiées



Paysages Mathématiques



# **Citations mathématiques**

---

## Du même auteur

- Déjà paru :
  - Éléments de mathématiques pour le XXI<sup>e</sup> siècle, volume 1 : Fondements des mathématiques 1 (logique des propositions et des prédicats, systèmes déductifs formels, arithmétique de Peano, structures algébriques de base)
  - Éléments de mathématiques pour le XXI<sup>e</sup> siècle, volume 2 : Fondements des mathématiques 2 (théorie des ensembles, mathématiques discrètes, structures algébriques de base)
- À paraître :
  - Éléments de mathématiques pour le XXI<sup>e</sup> siècle, volume 3 : Fondements des mathématiques 3
  - Éléments de mathématiques pour le XXI<sup>e</sup> siècle, volume 4 : Fondements des mathématiques 4

Étienne Bonheur

## **Citations mathématiques**

Plus de 200 citations sourcées et vérifiées

Paysages Mathématiques

---

© Étienne Bonheur, Annecy, 2021  
<https://www.paysmaths.net>

Ce livre existe aussi en version papier (ISBN : 978-2-9569666-2-3)

Les portraits illustrant cet ouvrage sont sous licence Creative Commons (<https://creativecommons.org>), dans le domaine public, ou protégés par des droits d’auteur mais dont l’utilisation est autorisée par le détenteur des droits. Ils ont pour la plupart été recadrés.

Illustration de couverture, à partir du haut et dans le sens horaire : Gottfried Wilhelm Leibniz (portrait par Christoph Bernhard Francke), Jean le Rond d’Alembert (portrait d’après Maurice-Quentin de La Tour), Joseph Fourier (portrait par Louis-Léopold Boilly), Carl Friedrich Gauss (portrait par Christian Albrecht Jensen), Georg Cantor, Albert Einstein (portrait par Ferdinand Schmutzer), Andrew Wiles (copyright C.J. Mozzochi, Princeton N.J.), Cédric Villani (portrait par Marie-Lan Nguyen, Licence CC BY 3.0).

Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n’autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l’article L.122-5, d’une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l’usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d’autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d’exemple et d’illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l’auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l’article L. 122-4). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

# Table des matières

<b>Préface</b>	<b>1</b>
<b>Définitions des mathématiques</b>	<b>3</b>
<b>Imagination et intuition</b>	<b>11</b>
<b>Science</b>	<b>15</b>
<b>À quoi servent les mathématiques ?</b>	<b>21</b>
<b>Mathématiques et poésie</b>	<b>29</b>
<b>Place des mathématiques par rapport aux autres sciences</b>	<b>35</b>
<b>Enseignement des mathématiques</b>	<b>39</b>
<b>Inventions et découvertes</b>	<b>45</b>
<b>Physique et mathématiques</b>	<b>51</b>
<b>Problèmes mathématiques</b>	<b>57</b>
<b>Beauté des mathématiques</b>	<b>65</b>
<b>Mathématiques et réalité</b>	<b>71</b>
<b>Raisonnements mathématiques</b>	<b>79</b>
<b>Nombres parfaits</b>	<b>89</b>

<b>Hasard et probabilités</b>	<b>93</b>
<b>Mathématiciens</b>	<b>97</b>
<b>De l'intérêt d'une bonne notation</b>	<b>107</b>
<b>Une fausse citation d'Hilbert</b>	<b>113</b>
<b>Quelques théories et concepts mathématiques</b>	<b>115</b>
<b>Mosaïque hétéroclite</b>	<b>123</b>
<b>Éloge des mathématiques</b>	<b>139</b>
<b>Index</b>	<b>151</b>

# Préface

Ce livre présente une compilation de citations en rapport avec les mathématiques, ou les sciences en général, publiées sur le compte twitter @paysmaths de décembre 2019 à novembre 2020. Ces citations, dans une version revue et corrigée, sont classées par thèmes, et un index regroupe, à la fin de l'ouvrage, la liste des auteurs.

Toutes les citations sont ici sourcées et ont été minutieusement vérifiées. Dans la mesure du possible, elles sont extraites des textes originaux (et traduites si besoin en français moderne), contrairement à l'usage courant consistant à recopier, sans aucun recul, des phrases prétendument prononcées, ce qui contribue à la propagation de propos mal attribués, voire très différents de ceux réellement tenus (quelques exemples d'attributions incorrectes sont indiqués).

À ce sujet, j'encourage lecteurs et lectrices à adopter le principe salutaire suivant : ne jamais faire confiance à une citation non sourcée, et toujours se méfier de celles qui le sont !



# **Définitions des mathématiques**



Source : Wikimedia Commons.

**[Les mathématiques sont] l'étude de constructions idéales (souvent applicables à des problèmes réels), et la découverte de ce fait de relations entre les parties de ces constructions, jusqu'alors inconnues.**

**Charles Sanders Peirce (1839-1914)  
*The Century Dictionary*, part XIII (1890).**

**Les mathématiques sont la porte et la clé des sciences.**

**Roger Bacon (v. 1215-v. 1290)  
*Opus Majus*, quatrième partie (1267).**

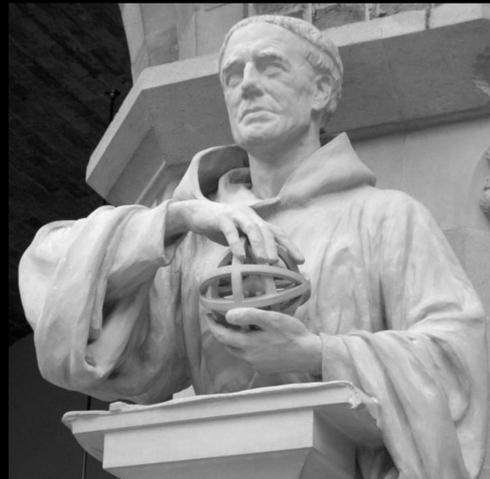
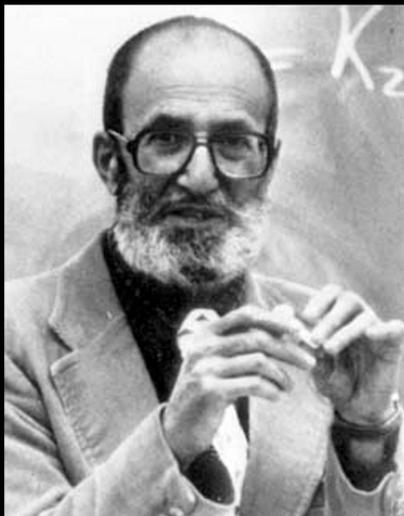


Photo : Michael Reeve. Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

[Les mathématiques, c'est] la sécurité. La certitude. La vérité. La beauté. La perspicacité. La structure. L'architecture. Je vois les mathématiques, la partie des connaissances humaines que j'appelle les mathématiques, comme une seule chose – une grande et glorieuse chose.

**Paul Halmos (1916-2006)**

Interview avec Donald J. Albers (août 1981).  
*Mathematical People : Profiles and Interviews*  
(1985).

Les mathématiques sont une forme de poésie qui transcende la poésie en ce qu'elles proclament une vérité ; une forme de raisonnement qui transcende le raisonnement en ce qu'elles veulent induire la vérité qu'elles proclament ; une forme d'action, de comportement rituel, qui ne trouve pas son accomplissement dans l'acte mais doit proclamer et élaborer une forme poétique de vérité.

**Salomon Bochner (1899-1982)**

*The Role of Mathematics in the Rise of Science*  
(1966)

Adapté d'une citation de Henri Frankfort (dans *The Intellectual Adventures of Ancient Man*, 1946), en remplaçant *mythe* par *mathématiques*.

Les mathématiques s'intéressent à un monde idéal de formes et de relations. Elles construisent de nouveaux mondes et étudient leurs propriétés. Elle s'engagent à tirer toutes les conclusions nécessaires à partir des données fournies et à indiquer quelles autres propositions sont cohérentes avec ces données.

James Byrnie Shaw (1866-1948)  
« The Spirit of Research ». *The Monist*, 32.4 (1932).



Source : Wikimedia Commons.

La science mathématique [a pour but] la mesure *indirecte* des grandeurs, [...] on s'y propose constamment de *déterminer les grandeurs les unes par les autres, d'après les relations précises qui existent entre elles.*

Auguste Comte (1798-1857)  
*Cours de Philosophie Positive*, vol. 1 (1830).

Dans le domaine des idées, des objets mentaux, les idées dont les propriétés sont reproductibles sont appelées des objets mathématiques, et *l'étude des objets mentaux ayant des propriétés reproductibles s'appelle les mathématiques.*

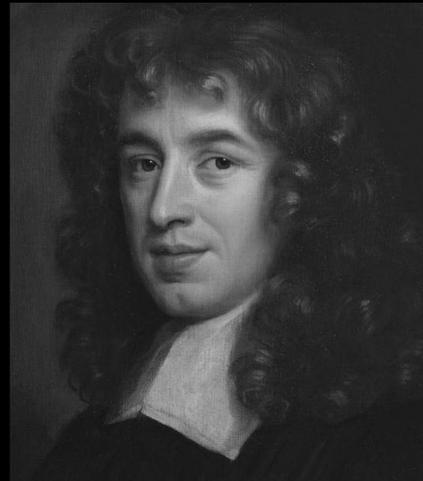
**Philip J. Davis (1923-2018) et Reuben Hersh (1927-2020)**

*The Mathematical Experience (1981).*

Les mathématiques [sont] les fondements inébranlables des sciences, et la fontaine abondante de profit pour les affaires humaines.

**Isaac Barrow (1630-1677)**

Discours donné en 1664, traduit par John Kirby (du latin vers l'anglais), dans *The Usefulness of Mathematical Learning Explained and Demonstrated : Being Mathematical Lectures Read in the Publick Schools at the University of Cambridge (1734).*

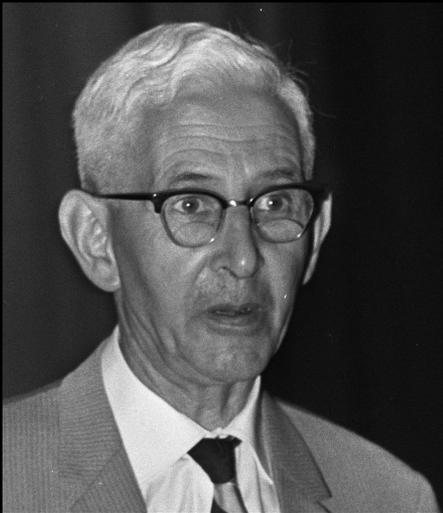


Portrait : Mary Beale.  
Source : Wikimedia Commons.

**Les mathématiques en tant qu'expression de l'esprit humain reflètent la volonté active, la raison contemplative, et le désir de perfection esthétique. Ses éléments de base sont la logique et l'intuition, l'analyse et la construction, la généralité et l'individualité.**

**Richard Courant (1888-1972) et Herbert Robbins (1915-2001)**

***What is Mathematics ? : An Elementary Approach to Ideas and Methods (1941).***



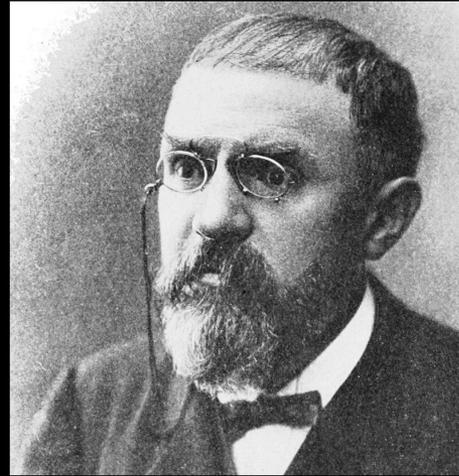
Portrait : Jack de Nijs (ANEFO).  
Source : Wikimedia Commons.

**Selon Brouwer, les mathématiques s'identifient à la partie exacte de notre pensée.**

**Arend Heyting (1898-1980), à propos de Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966).  
*Mathematische Grundlagenforschung  
Intuitionismus Beweistheorie (1934).***

**La mathématique est l'art de donner le même nom  
à des choses différentes.**

**Henri Poincaré (1854-1912)**  
*Science et méthode (1908).*



Source : Wikimedia Commons.



# **Imagination et intuition**



Source : Wikimedia Commons.

Beaucoup de ceux qui n'ont jamais eu l'occasion d'en savoir plus sur les mathématiques les confondent avec l'arithmétique, et les considèrent comme une science aride. En réalité, cependant, il s'agit d'une science qui demande beaucoup d'imagination.

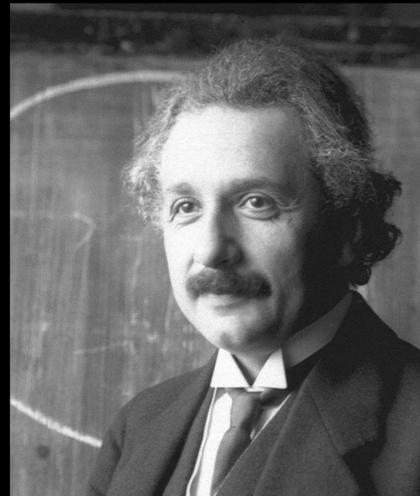
Sofia Kovalevskaya [Sophie Kowalevski]  
(1850-1891)

dans une lettre à Madame Schabelskoy.  
*Sónya Kovalévsky. Her recollections of Childhood, with a biography by Anna Carlotta Leffler, duchess of Cajanello (1895).*

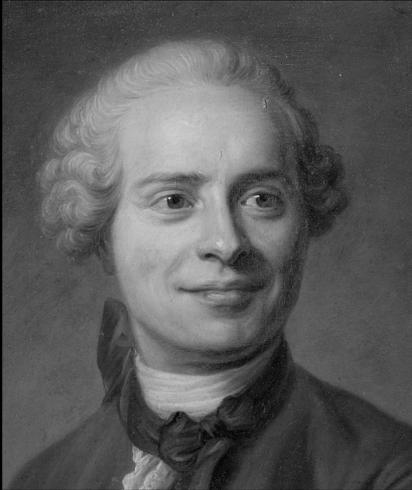
**Je suis assez artiste pour puiser librement dans mon imagination. L'imagination est plus importante que la connaissance. La connaissance est limitée. L'imagination encercle le monde.**

**Albert Einstein (1879-1955)**

**« What Life Means to Einstein. An interview by George Sylvester Viereck ». *The Saturday Evening Post* (26 octobre 1929).**



Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
Source : Wikimedia Commons.



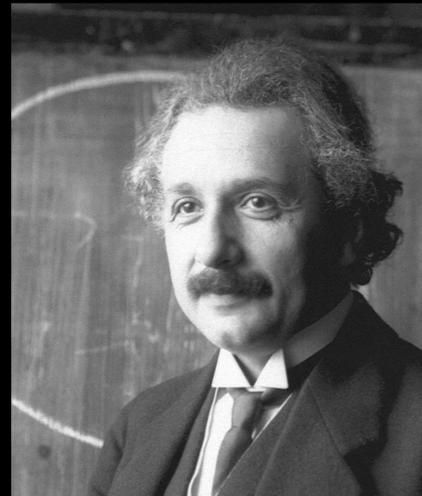
Portrait : d'après Maurice-Quentin de La Tour.  
Source : Wikimedia Commons.

La métaphysique et la géométrie sont de toutes les sciences qui appartiennent à la raison, celles où l'imagination a le plus de part [...]. L'imagination dans un géomètre qui crée, n'agit pas moins que dans un poète qui invente [...]. De tous les grands hommes de l'Antiquité, Archimède est peut-être celui qui mérite le plus d'être placé à côté d'Homère.

Jean le Rond d'Alembert (1717-1783)  
*Discours préliminaire de l'Encyclopédie* (1751).

Je crois aux intuitions et aux inspirations. Parfois je sens que j'ai raison. Je ne sais pas si c'est le cas. Lorsque deux expéditions scientifiques [...] sont allées tester ma théorie de la relativité, j'étais convaincu que leurs conclusions seraient en accord avec mon hypothèse. Je n'ai pas été surpris lorsque l'éclipse du 29 mai 1919 a confirmé mes intuitions. J'aurais été surpris si j'avais eu tort.

Albert Einstein (1879-1955)  
« What Life Means to Einstein. An interview by George Sylvester Viereck ». *The Saturday Evening Post* (26 octobre 1929).



Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Mayall. Source : Wikimedia Commons.

**La force motrice de l'*invention* mathématique n'est pas le raisonnement, mais l'imagination.**

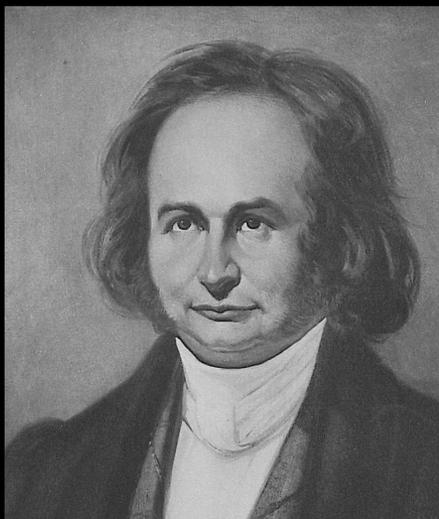
**Augustus De Morgan (1806-1871)  
« Sir W. R. Hamilton ». *The Gentleman's Magazine and Historical Review*, 1(1866).**

# Science

**Le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain.**

**Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851)  
dans une lettre à Adrien-Marie Legendre (2 juillet  
1830).**

***Correspondance mathématique entre Legendre et  
Jacobi (1875).***



Portrait : August Theodor Kaselowsky.  
Source : Wikimedia Commons.

**On a demandé un jour à un sage pourquoi les savants affluent toujours à la porte des riches, alors que les riches ne sont pas enclins à se présenter à la porte des savants. « Les savants », a-t-il répondu, « sont bien conscients de l'utilisation de l'argent, mais les riches ignorent la noblesse de la science ».**

**Al-Biruni (973-v. 1050)**

**d'après la traduction anglaise de Edward Sachau,  
dans *Alberuni's India : An Account of the Religion,  
Philosophy, Literature, Geography, Chronology,  
Astronomy, Customs, Laws and Astrology of India  
about A.D. 1030*, vol. 1 (1888).**

**Il manque au cerveau humain certaines fonctions de base fort désirables pour faire de la science : l'aptitude à calculer de manière rapide et fiable, ou la capacité de mettre en mémoire de grandes quantités de données. Malgré ces insuffisances, la science humaine s'est développée et nous permet d'analyser bien plus profondément la nature des choses que nous n'aurions pu raisonnablement l'espérer.**

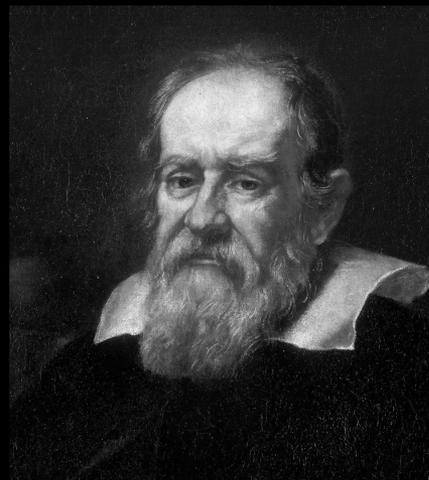
**David Ruelle (1935-)  
*Hasard et Chaos* (1991).**



Portrait : Janine Ruelle. Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.

**En sciences, l'autorité de l'opinion de mille personnes ne vaut pas une étincelle de raison d'une seule.**

**Galilée (1564-1642)  
dans une lettre à Markus Welser (1612)  
*Istoria e dimonstrazioni intorno alle macchie solari e  
loro accidenti [...] (1613).***



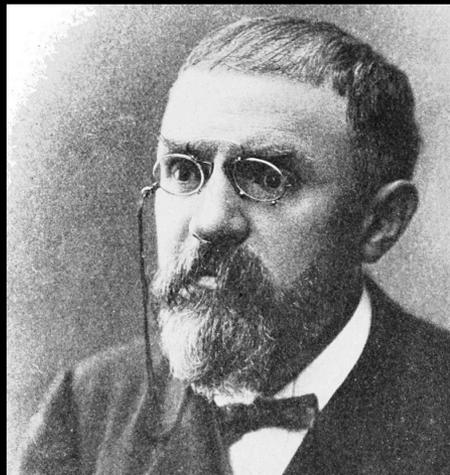
Portrait : Justus Sustermans.  
Source : Wikimedia Commons.

**Le savant doit ordonner ; on fait la Science avec des faits comme une maison avec des pierres ; mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison.**

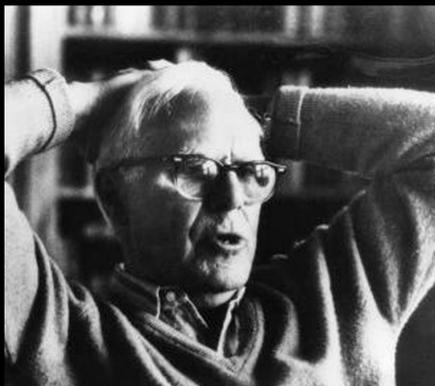
**Henri Poincaré (1854-1912)**

**« Les relations entre la physique expérimentale et la physique mathématique ».**

*Revue générale des sciences pures et appliquées*, 11 (1900).



Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Konrad Jacobs.

Source : Wikimedia Commons /

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO).

Licence CC BY-SA 2.0 DE.

**La mauvaise science contribue au nivellement par le bas régulier de notre nation. Des croyances grossières sont transmises aux dirigeants politiques et le résultat est un dommage considérable pour la société.**

**Martin Gardner (1914-2010)**

**« A Mind at Play : An Interview with Martin Gardner ».** *Skeptical Inquirer* (mars-avril 1998).

**Je crois qu'en science il n'y a pas de route philosophique, avec des balises épistémologiques. Non, nous sommes dans une jungle et nous trouvons notre chemin par essais et erreurs, en construisant notre route derrière nous au fur et à mesure que nous avançons.**

**Max Born (1882-1970)**

*Experiment and Theory in Physics (1943).*



Source : Wikimedia Commons.



**À quoi servent les mathématiques ?**

Les mathématiques ont un triple but. Elles doivent fournir un instrument pour l'étude de la nature. Mais ce n'est pas tout : elles ont un but philosophique et, j'ose le dire, un but esthétique.

**Henri Poincaré (1854-1912)**

Conférence donnée au Congrès international des mathématiciens à Zurich en 1897, reproduite dans *Acta Mathematica*, 21 (« Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique »).



Source : Wikimedia Commons.

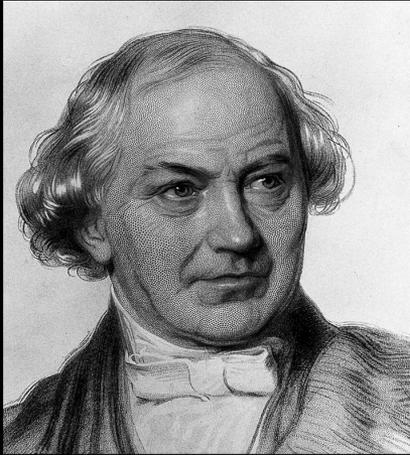
Une grande partie des mathématiques qui sont devenues utiles se sont développées sans aucun désir de l'être, et dans une situation où personne ne pouvait savoir dans quel domaine elles le deviendraient ; et sans qu'il y ait aucune indication générale qu'il en serait jamais ainsi.

**John von Neumann (1903-1957)**

Discours donné en 1954 à la quatrième conférence de l'association des anciens étudiants diplômés de Princeton, reproduite dans *John von Neumann : Collected Works*, 6 (« The Role of Mathematics in the Sciences and in Society »).



Source : Wikimedia Commons /  
Los Alamos National Laboratory.



Source : Wikimedia Commons / Welcome Collection.  
Licence CC BY 4.0.

**Si les Grecs n'avaient pas développé les coniques,  
Kepler n'aurait pas pu remplacer Ptolémée.**

**William Whewell (1794-1866)**

*History of the Inductive Sciences : from the earliest  
to the present times, vol. 2 (1837).*



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

**Les mathématiques sous-tendent la civilisation ac-  
tuelle de la même manière que le soleil sous-tend  
toutes les formes de vie; [...] nous partageons in-  
consciemment les avantages conférés par les réalisa-  
tions mathématiques [...] tout comme nous profitons  
inconsciemment des bienfaits du soleil.**

**Herbert Ellsworth Slaught (1861-1937)**

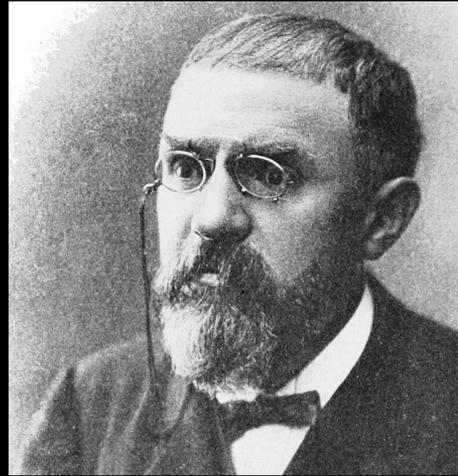
**« Mathematics and Sunshine ».**

*The Mathematics Teacher, 21.5 (1928).*

Je n'hésite pas à dire que les mathématiques méritent d'être cultivées pour elles-mêmes et que les théories qui ne peuvent être appliquées à la physique doivent l'être comme les autres. Quand même le but physique et le but esthétique ne seraient pas solidaires, nous ne devrions sacrifier ni l'un ni l'autre. Mais il y a plus : ces deux buts sont inséparables et le meilleur moyen d'atteindre l'un c'est de viser l'autre, ou du moins de ne jamais le perdre de vue.

**Henri Poincaré (1854-1912)**

Conférence donnée au Congrès international des mathématiciens à Zurich en 1897, reproduite dans *Acta Mathematica* (« Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique »).

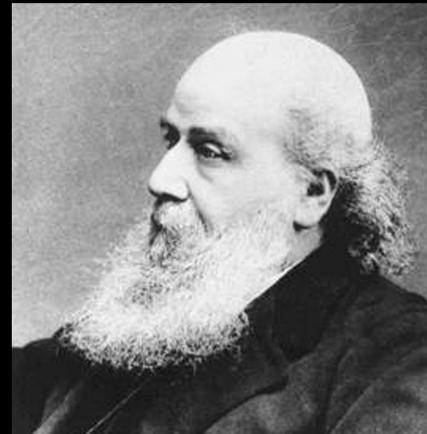


Source : Wikimedia Commons.

L'objet de la Physique pure est le dévoilement des lois du monde intelligible [...]. L'objet de la Mathématique pure [...] est le dévoilement des lois de l'intelligence humaine.

**James Joseph Sylvester (1814-1897)**

« On the theorem connected with Newton's Rule for the Discovery of Imaginary Roots of Equations ».  
*The Collected Mathematical Papers of James Joseph Sylvester*, vol. 3 (1909).



Source : Wikimedia Commons.

Tout ce qui a été accompli par les plus grands esprits de tous les temps pour *comprendre les formes au moyen de concepts* est réuni dans une grande science, la mathématique.

Johann Friedrich Herbart (1776-1841)  
*Sämmtliche Werke*, vol. 11 (1851).



Portrait : Konrad Geyer.  
Source : Wikimedia Commons.

Le savoir mathématique ajoute une vigueur virile à l'esprit, le libère des préjugés, de la crédulité et de la superstition.

John Arbuthnot (1667-1735)  
*An essay on the usefulness of mathematical learning*  
(1701).



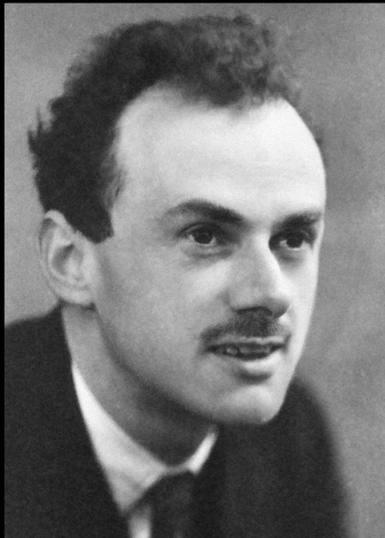
Portrait : Godfrey Kneller.  
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Louis-Léopold Boilly.  
Source : Wikimedia Commons.

L'analyse mathématique [...] rapproche les phénomènes les plus divers, et découvre les analogies secrètes qui les unissent.

**Joseph Fourier (1768-1830)**  
*Théorie analytique de la chaleur (1822).*



Source : Wikimedia Commons / Fondation Nobel.

Les mathématiques sont l'outil particulièrement adapté pour traiter les concepts abstraits de toutes sortes et sa puissance dans ce domaine est sans limite.

**Paul Dirac (1902-1984)**  
*The principles of Quantum Mechanics (1930).*



Source : Wikimedia Commons / Okounkov.  
Licence CC BY-SA 4.0.

La puissance des maths, c'est que le monde entier tourne autour des mêmes mathématiques. C'est la *lingua franca* de toutes les sciences exactes, et une fois que vous comprenez comment ça fonctionne dans un cas particulier, vous pouvez continuer et appliquer les mêmes maths fondamentales à des millions d'autres choses.

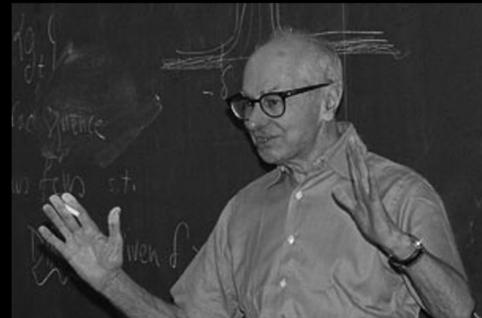
Andrei Okounkov (1969-)

dans : Mariana Cook. *Mathematicians : An Outer View of the Inner World* (2009).

[Les mathématiques pures servent] à donner des frissons dans le dos à un certain nombre de gens, dont moi. Je ne sais pas à quoi ça sert d'autre, et ça m'est égal. Mais je parle pour moi. Comme l'a dit von Neumann, on ne sait jamais à qui ou à quoi ça va servir.

Serge Lang (1927-2005)

*Serge Lang fait des maths en public : 3 débats au Palais de la découverte (Paris)* (1984).



Portrait : Bogdan Oporowski.  
Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.



# **Mathématiques et poésie**



Portrait : Studio Blanchard.  
Source : Wikimedia Commons.  
(portrait présumé d'Isidore Ducasse)

Ô mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées  
depuis que vos savantes leçons, plus douces que le  
miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde ra-  
fraîchissante.

Comte de Lautréamont [Isidore Ducasse]  
(1846-1870)  
*Les Chants de Maldoror - Chant II* (1869).

Il est vrai qu'un mathématicien qui n'est pas un peu  
poète ne sera jamais un mathématicien complet.

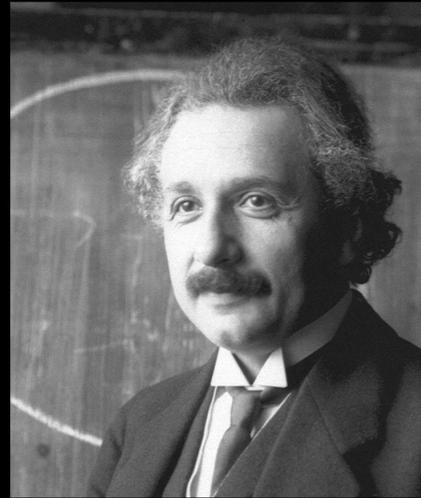
Karl Weierstrass (1815-1897)  
dans une lettre à Sofia Kovalevskaya (27 août 1883).  
Reinhard Bölling. *Briefwechsel Zwischen Karl  
Weierstrass Und Sofja Kowalewskaja* (1993), cité et  
traduit en anglais par Michèle Audin dans  
*Remembering Sofya Kovalevskaya* (2011).



Source : Wikimedia Commons.

**Les mathématiques pures sont, à leur manière, la poésie des idées logiques.**

**Albert Einstein (1879-1955)**  
 « The Late Emmy Noether [...] ».  
*The New York Times* (5 mai 1935).



Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
 Source : Wikimedia Commons.

**Je pense que les mathématiques ressemblent beaucoup à la poésie. Je pense que ce qui fait un bon poème – un grand poème – c'est qu'il y a un grand nombre d'idées exprimées en très peu de mots. En ce sens, des formules comme**

$$e^{\pi i} + 1 = 0$$

**ou**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

**sont des poèmes.**

**Lipman Bers (1914-1993)**  
 cité par Donald J. Albers et Gerald L.  
 Alexanderson dans *More mathematical people :  
 contemporary conversations* (1990).



Source : Wikimedia Commons.

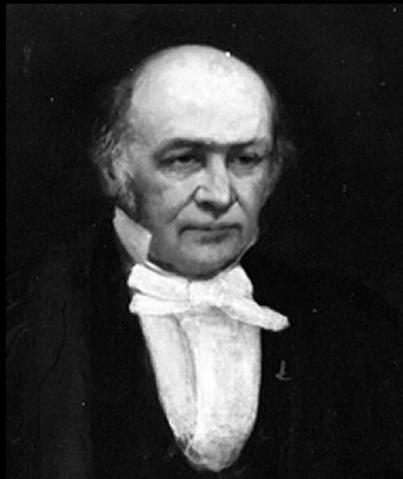
**Il est impossible d'être mathématicien sans avoir l'âme d'un poète.**

**Sofia Kovalevskaya [Sophie Kowalevski]  
(1850-1891)**

**citant « l'un des principaux mathématiciens de notre siècle » (probablement Karl Weierstrass), dans une lettre à Madame Schabelskoy.**

*Sónya Kovalévsky. Her recollections of Childhood, with a biography by Anna Carlotta Leffler, duchess of Cajanello (1895).*

[Cette citation est en général attribuée directement à Sofia Kovalevskaya (sans préciser qu'elle cite un autre mathématicien).]



Source : Wikimedia Commons.

**Je vis par les mathématiques, mais je suis un poète.**

**William Rowan Hamilton (1805-1865)  
cité par Augustus De Morgan : « Sir W. R. Hamilton ». *The Gentleman's Magazine and Historical Review*, 1 (1866).**



Portrait : Studio Blanchard.  
Source : Wikimedia Commons.  
(portrait présumé d'Isidore Ducasse)

Arithmétique! algèbre! géométrie! trinité grandiose! triangle lumineux! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé! Il mériterait l'épreuve des plus grands supplices; car, il y a du mépris aveugle dans son insouciance ignorante; mais, celui qui vous connaît et vous apprécie ne veut plus rien des biens de la terre; se contente de vos jouissances magiques; et, porté sur vos ailes sombres, ne désire plus que de s'élever, d'un vol léger, en construisant une hélice ascendante, vers la voûte sphérique des cieux.

Comte de Lautréamont [Isidore Ducasse]  
(1846-1870)

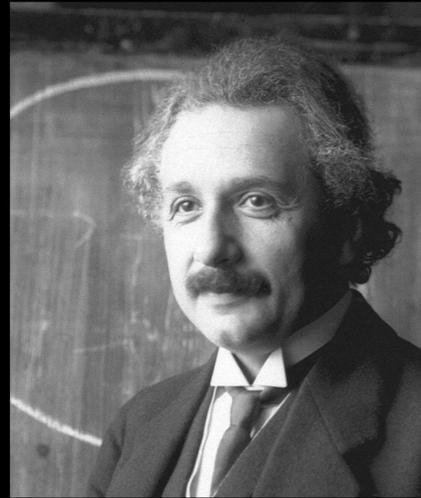
*Les Chants de Maldoror - Chant II (1869).*



# **Place des mathématiques par rapport aux autres sciences**

L'une des raisons pour lesquelles les mathématiques jouissent d'une estime particulière, par rapport à toutes les autres sciences, c'est que leurs lois sont absolument certaines et incontestables, alors que celles de toutes les autres sciences sont dans une certaine mesure discutables et sous la menace constante d'être renversées par des faits récemment découverts.

Albert Einstein (1879-1955)  
« Geometry and experience ». *Sidelights on relativity* (1922) (version enrichie d'un discours donné le 27 janvier 1921).



Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
Source : Wikimedia Commons.



Source : Wellcome Collection.  
Licence CC BY 4.0.

Toute science, à mesure qu'elle progresse vers la perfection, devient mathématique dans ses idées.

Alfred North Whitehead (1861-1947)  
*An Introduction to Mathematics* (1911).

Dans la plupart des sciences, une génération a tendance à démolir ce qu'une autre a construit, et ce que l'une a mis en place, une autre l'annule. En mathématiques, chaque génération ajoute un nouvel étage à l'édifice.

**Hermann Hankel (1839-1873)**

*Die Entwicklung der Mathematik in den letzten Jahrhunderten (1869).*



Source : Wikimedia Commons.

Les trois caractéristiques positives qui distinguent les *savoirs* mathématiques des autres savoirs [...] peuvent être brièvement exprimées comme suit : premièrement, le savoir mathématique porte, plus distinctement que tout autre type de savoir, l'empreinte de la vérité sur tous ses résultats ; deuxièmement, il constitue toujours une étape préliminaire sûre à l'obtention d'autres savoirs corrects ; troisièmement, il n'a pas besoin d'autres savoirs.

**Hermann Schubert (1848-1911)**

*Mathematical Essays and Recreations (1898).*



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.



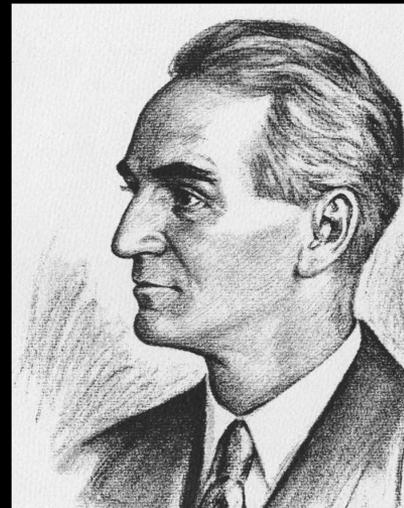
Portrait : Renate Schmid.  
Source : Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

En ce qui concerne la place des mathématiques par rapport aux autres sciences, on peut voir les mathématiques comme un grand entrepôt empli de rayonnages. Les mathématiciens déposent sur les rayons des choses dont ils garantissent qu'elles sont vraies ; ils en donnent aussi le mode d'emploi et la manière de les reconstituer. Les autres sciences viennent se servir en fonction de leurs besoins.

Jean-Pierre Serre (1926-)  
Interview dans la *Lettre du Collège de France*  
(décembre 2006).

C'est l'éternelle jeunesse des mathématiques elles-mêmes qui les distingue des sciences par une immortalité déconcertante.

Eric Temple Bell (1883-1960)  
*The Queen of the Sciences* (1931).



Portrait : Carl A. Gist. Source : Wikimedia Commons.

# **Enseignement des mathématiques**

Une éducation mathématique à la fois théorique et pratique [...] peut exercer la plus heureuse influence sur la formation de l'esprit. Nous pouvons espérer ainsi former des hommes ayant foi dans la raison, et sachant qu'il ne faut pas chercher à biaiser en face d'un raisonnement juste : on n'a qu'à s'incliner.

Émile Borel (1871-1956)

Conférence donnée le 3 mars 1904,  
reproduite dans la *Revue générale des sciences  
pures et appliquées*, 15 (« Les exercices pratiques de  
mathématiques dans l'enseignement secondaire »).



Source : Wikimedia Commons.

Il me paraît que si l'on veut faire des progrès dans les mathématiques il faut étudier les maîtres et non pas les écoliers.

Niels Henrik Abel (1802-1829)

dans un cahier manuscrit intitulé *Mémoires de  
Mathématiques par N. H. Abel, Paris le 9 août 1826.*



Portrait : Johan Gørbitz.  
Source : Wikimedia Commons.



Source : Wikimedia Commons.

**Il y a longtemps que je répète à mes élèves qu'on n'a pas encore le dernier mot de la science sur une théorie, tout aussi longtemps qu'on ne l'a pas amenée au point de la raconter à un passant, dans la rue.**

**Joseph Diez Gergonne (1771-1859)  
dans une lettre à Adolphe Quetelet,  
datée du 25 février 1825.**

**Un mathématicien français des temps passés a dit :  
« Une théorie mathématique ne doit être regardée  
comme parfaite que si elle a été rendue tellement  
claire qu'on puisse la faire comprendre au premier  
individu rencontré dans la rue. »**

**David Hilbert (1862-1943)  
Conférence donnée devant le Congrès international  
des mathématiciens à Paris en 1900.  
Hilbert reprend des propos du mathématicien  
Henry Smith, qui citait (indirectement) le  
mathématicien français Joseph Diez Gergonne.**



Source : Wikimedia Commons.

Il semble que la valeur éducative de l'enseignement mathématique ne pourra qu'être augmentée si la théorie y est, le plus souvent possible, mêlée à la pratique.

Émile Borel (1871-1956)  
Conférence donnée le 3 mars 1904,  
reproduite dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 15 (« Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire »).



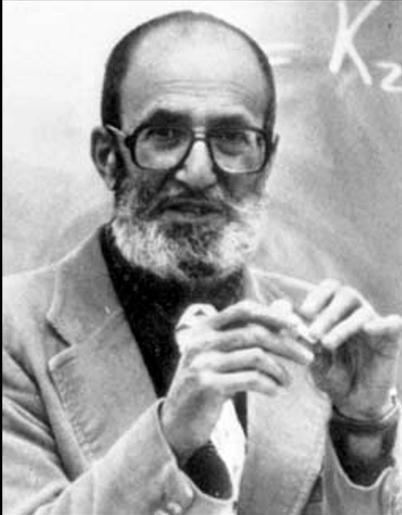
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Mayall. Source : Wikimedia Commons.

Les exemples qu'un débutant doit choisir pour s'exercer doivent être simples, et ne doivent pas contenir de très grands nombres. La puissance de l'esprit ne peut pas être dirigée vers deux choses à la fois : si la complexité des nombres utilisés requiert toute l'attention de l'étudiant, celui-ci ne peut pas observer le principe de la règle qu'il suit.

Augustus De Morgan (1806-1871)  
*On the study and difficulties of mathematics* (1831).



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

Tous les êtres humains éduqués devraient savoir ce que sont les mathématiques, car cela développerait leur âme. Ils apprécieraient davantage la vie, ils comprendraient davantage la vie, ils seraient plus perspicaces.

**Paul Halmos (1916-2006)**

**Interview avec Donald J. Albers (août 1981).**

***Mathematical People : Profiles and Interviews***  
**(1985).**



# **Inventions et découvertes**

**À partir de rien, j'ai créé un étrange nouvel univers.**

**János Bolyai (1802-1860)**

**(à propos de sa découverte de la géométrie non euclidienne)**

**dans une lettre à son père (1823),**

**cité par Harold Eichholtz Wolfe dans *Introduction to non-Euclidean geometry* (1945).**

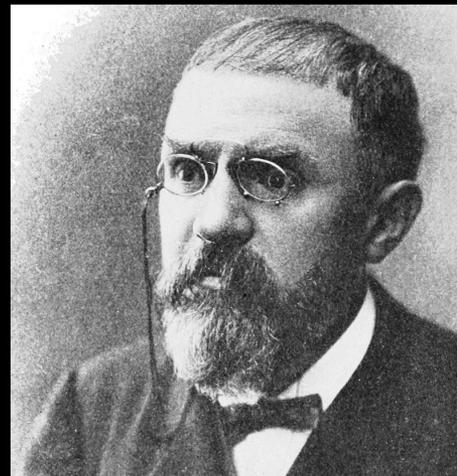


Portrait : Ferenc Márkos.  
Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.

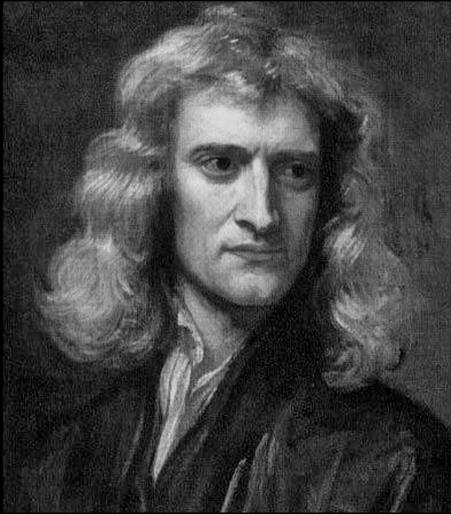
**Deviner avant de démontrer ! Ai-je besoin de rappeler que c'est ainsi que se sont faites toutes les découvertes importantes !**

**Henri Poincaré (1854-1912)**

**Conférence donnée au Congrès international des mathématiciens à Zurich en 1897, reproduite dans *Acta Mathematica*, 21 (« Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique »).**



Source : Wikimedia Commons.



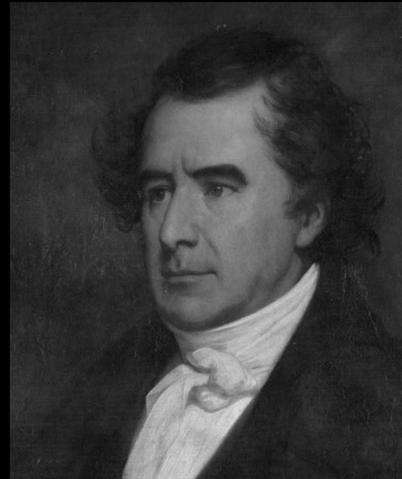
Portrait : Barrington Bramley  
(copie d'une peinture de Godfrey Kneller).  
Source : Wikimedia Commons.

**Si j'ai vu plus loin, c'est en me tenant sur les épaules de géants.**

**Isaac Newton (1643-1727)**  
dans une lettre à Robert Hooke du 15 février 1675  
ou 1676 [calendrier Grégorien].  
*The Correspondence of Isaac Newton : 1661-1675*  
(1959).

**On remarquera comment les yeux de l'esprit peuvent suppléer, en certains cas, aux plus puissants télescopes, et conduire à des découvertes astronomiques du premier ordre.**

**François Arago (1786-1853)**  
« Laplace ». *Œuvres complètes de François Arago*,  
vol. 3 (1855).



Portrait : Ary Scheffer.  
Source : Wikimedia Commons.



Source : Flickr / Thane Plambeck.

**Nous travaillons dur pour extraire quelque chose d'utile de notre mémoire, pourtant, bien souvent, lorsqu'une idée qui pourrait être utile se présente, nous ne l'apprécions pas à sa juste valeur, car elle passe inaperçue. L'expert n'a peut-être pas plus d'idées que l'inexpérimenté, mais il apprécie davantage celles qu'il a et les utilise mieux.**

**George Pólya (1887-1985)**

***How to Solve It : A New Aspect of Mathematical Method (1945).***



Source : Wikimedia Commons / Fondation Nobel.

**Une vérité mathématique est intemporelle, elle ne vient pas au monde quand on la découvre. Pourtant, sa découverte est un événement bien réel, qui peut être émouvant comme le don précieux d'une fée.**

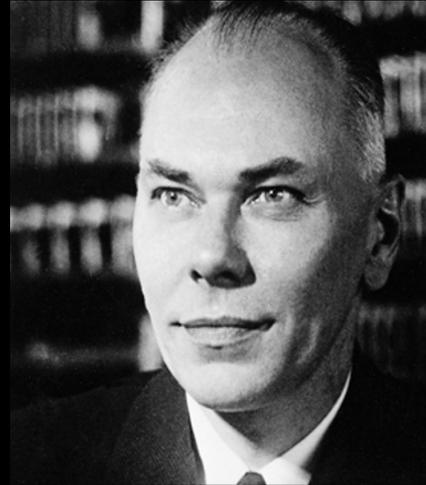
**Erwin Schrödinger (1887-1961)**

**Conférence donnée en octobre 1956.**

***Mind and Matter (1958).***

Ne vous inquiétez pas que des gens volent votre idée.  
Si elle est originale, vous devrez la leur faire ingur-  
giter.

**Howard Aiken (1900-1973)**  
cité par Kenneth E. Iverson (« Howard Aiken.  
Friend and Mentor », 1973), selon Gregory W.  
Welch, dans « Howard Hathaway Aiken. The Life  
of a Computer Pioneer ». *The Computer Museum  
Report*, vol. 12 (1985).



Source : Wikimedia Commons.



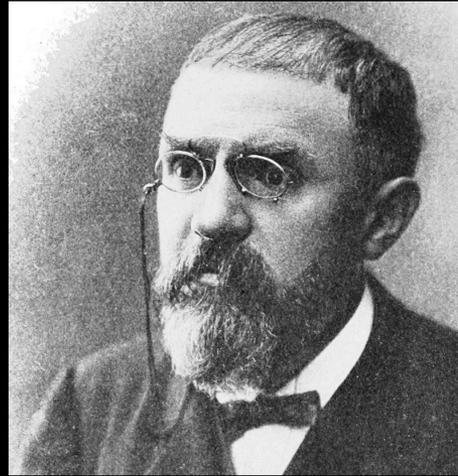
Portrait : Frans Hals.  
Source : Wikimedia Commons.

Et j'espère que nos neveux me sauront gré, non  
seulement des choses que j'ai ici expliquées, mais  
aussi de celles que j'ai omises volontairement, afin  
de leur laisser le plaisir de les inventer.

**René Descartes (1596-1650)**  
Dernière phrase de *La Géométrie* (1637).

[L'invention mathématique] ne consiste pas à faire de nouvelles combinaisons avec des êtres mathématiques déjà connus. Cela, n'importe qui pourrait le faire, mais les combinaisons que l'on pourrait former ainsi seraient en nombre infini, et le plus grand nombre serait absolument dépourvu d'intérêt. Inventer, cela consiste précisément à ne pas construire les combinaisons inutiles et à construire celles qui sont utiles et qui ne sont qu'une infime minorité. Inventer, c'est discerner, c'est choisir.

**Henri Poincaré (1854-1912)**  
*Science et méthode (1908).*



Source : Wikimedia Commons.

# Physique et mathématiques



Portrait : ioerror (Jacob Appelbaum).  
Source : Flickr. Licence CC BY-SA 2.0.

Pour un physicien, les mathématiques ne sont pas seulement un outil permettant de calculer des phénomènes ; elles sont la principale source de concepts et de principes permettant de créer de nouvelles théories.

Freeman Dyson (1923-2020)  
« Mathematics in the Physical Sciences ». *Scientific American* (septembre 1964).

Tout le monde convient maintenant qu'une Physique d'où l'on bannirait tout ce qui peut avoir quelque rapport avec les Mathématiques, pour se borner à un simple recueil d'observations et d'expériences, ne serait qu'un amusement historique, plus propre à récréer un cercle de personnes oisives qu'à occuper un esprit véritablement Philosophique.

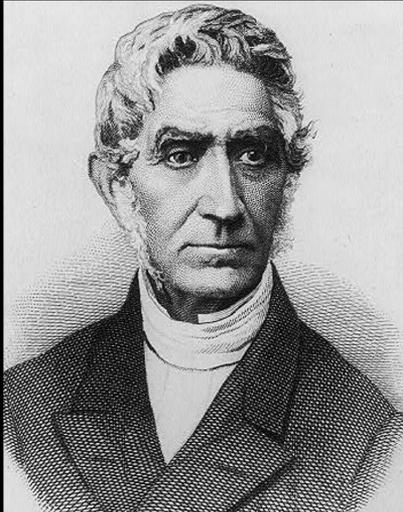
Aimé-Henri Paulian (1722-1801)  
*Dictionnaire de physique, dédié à monseigneur le duc de Berry*, vol. 3 (1761).

**Si vous voulez devenir physicien, vous devez faire trois choses : premièrement, étudier les mathématiques, deuxièmement, étudier plus de mathématiques et troisièmement, faire encore la même chose.**

**Arnold Sommerfeld (1868-1951)**  
 Interview citée par Daniel J. Kevles dans  
*The Physicists* (1979).



Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Joseph-Arnold Demannez.  
 Source : Wikimedia Commons.

**Plus les sciences physiques ont fait de progrès, plus elles ont tendu à rentrer dans le domaine des mathématiques, qui est une espèce de centre vers lequel elles viennent converger. On pourrait même juger du degré de perfection auquel une science est parvenue, par la facilité plus ou moins grande avec laquelle elle se laisse aborder par le calcul.**

**Adolphe Quetelet (1796-1874)**  
 cours donné le 6 mars 1827 au *Musée des sciences et des lettres* de Bruxelles, cité par Édouard Mailly dans *Essai sur la vie et les ouvrages de L.-A.-J. Quetelet* (1875).

**Je suis de plus en plus intrigué par la correspondance entre les mathématiques et les faits physiques. L'adaptabilité des mathématiques à la description des phénomènes physiques est étonnante.**

**Nicolaas Bloembergen (1920-2017)  
Autobiographie rédigée dans : *Nobel Prizes 1981*  
(1982).**



Portrait : Vetter. Source : Wikimedia Commons / Archives Nationales des Pays-Bas.  
Licence CC BY-SA 3.0 NL.



**J'ai appris à ne pas faire confiance aux concepts physiques comme base d'une théorie. Il faut plutôt faire confiance à un schéma mathématique, même si ce schéma ne semble pas à première vue lié à la physique. Il faut se concentrer sur l'obtention de mathématiques intéressantes.**

**Paul Dirac (1902-1984)  
Conférence donnée en 1977.  
« The Mathematical Foundations of Quantum Theory ». *Mathematical Foundations of Quantum Theory* (1978).**

Source : Wikimedia Commons / Fondation Nobel.

À chaque étape majeure, la physique a nécessité, et souvent stimulé, l'introduction de nouveaux outils et concepts mathématiques. Notre compréhension actuelle des lois de la physique, avec leur extrême précision et leur universalité, n'est possible qu'en termes mathématiques.

Michael Atiyah (1929-2019)

« Pulling the strings. Mathematics holds the key to a unified theory of the Universe ». *Nature* (décembre 2005).



Portrait : Gert-Martin Greuel.  
Source : Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.



# Problèmes mathématiques

**Pour avoir de l'attrait, un problème mathématique doit être difficile, mais non pas inabordable, sinon il se rit de nos efforts ; il doit au contraire être un véritable fil conducteur à travers les dédales du labyrinthe vers les vérités cachées, et nous récompenser de nos efforts par la joie que nous procure la découverte de la solution.**

**David Hilbert (1862-1943)**

**Conférence donnée devant le Congrès international des mathématiciens à Paris en 1900.**



Source : Wikimedia Commons.

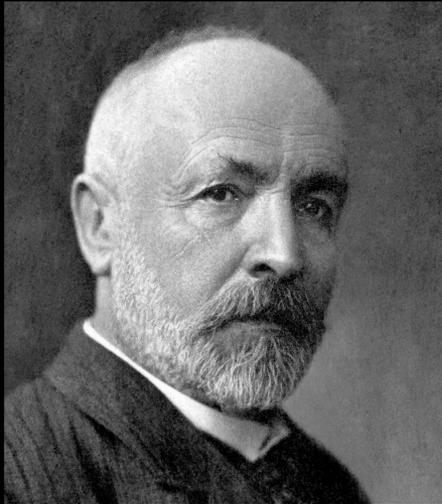


Source : Flickr / Thane Plambeck.

**Si vous ne pouvez pas résoudre le problème proposé [...], essayez de résoudre d'abord un problème connexe.**

**George Pólya (1887-1985)**

***How to Solve It : A New Aspect of Mathematical Method (1945).***



Source : Wikimedia Commons.

Dans les mathématiques, l'art de proposer un problème a plus de valeur que sa résolution.

**Georg Cantor (1845-1918)**

Thèse défendue à l'oral de son doctorat (*De aequationibus secundi gradus indeterminatis*, 1867).

[Ce qui fait] un bon problème mathématique, c'est l'ensemble des mathématiques qu'il engendre plutôt que le problème lui-même.

**Andrew Wiles (1953-)**

Interview publiée sur le site de l'épisode *The Proof* de l'émission NOVA (1997).



Copyright C. J. Mozzochi, Princeton N.J.

Cette conviction de la possibilité de résoudre tout problème mathématique est pour nous un précieux encouragement pendant le travail. Nous entendons toujours résonner cet appel : *Voilà le problème, cherches-en la solution. Tu peux la trouver par le pur raisonnement. Jamais, en effet, mathématicien ne sera réduit à dire : « Ignorabimus ».*

**David Hilbert (1862-1943)**

Conférence donnée devant le Congrès international des mathématiciens à Paris en 1900.



Source : Wikimedia Commons.

Chaque siècle reprend en héritage de ses prédécesseurs un certain nombre de problèmes dont les générations précédentes de mathématiciens ont recherché la solution avec ardeur mais en vain.

**James Pierpont (1866-1938)**

Allocution donnée le 20 septembre 1904.

« The History of Mathematics in the Nineteenth Century ». *Bulletin of the American Mathematical Society*, 11.3 (1904).



Source : Flickr / Thane Plambeck.

Une grande découverte résout un grand problème, mais il y a un grain de découverte dans la solution de tout problème. Votre problème peut être modeste ; mais s'il met votre curiosité à l'épreuve et fait appel à votre capacité d'invention, et si vous le résolvez par vos propres moyens, vous pouvez ressentir la tension et apprécier le triomphe de la découverte.

**George Pólya (1887-1985)**

*How to Solve It : A New Aspect of Mathematical Method (1945).*

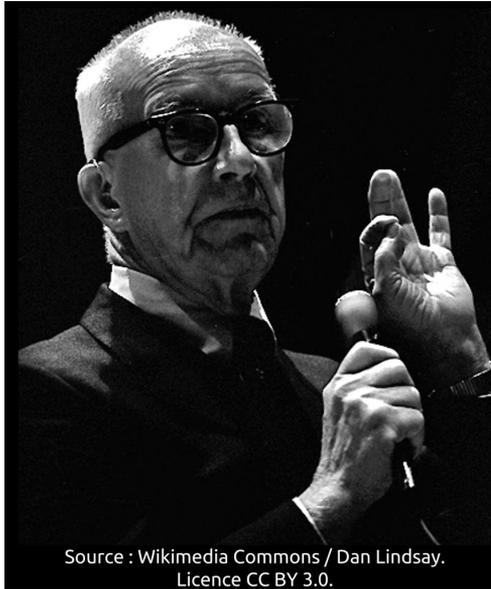
Certains problèmes mathématiques semblent simples, et on essaie pendant une année, puis on essaie pendant une centaine d'années, et il s'avère qu'ils sont extrêmement difficiles à résoudre. Il n'y a aucune raison pour que ces problèmes ne soient pas faciles, et pourtant ils s'avèrent extrêmement complexes. Le dernier théorème [de Fermat] en est le plus bel exemple.

**Andrew Wiles (1953-)**

Interview publiée sur le site de l'épisode *The Proof* de l'émission NOVA (1997).



Copyright C. J. Mozzochi, Princeton N.J.



**Quand je travaille sur un problème, je ne pense jamais à l'esthétique. Je ne pense qu'à la façon de résoudre le problème. Mais quand j'ai fini, si la solution n'est pas belle, je sais qu'elle est mauvaise.**

**Richard Buckminster Fuller (1895-1983)  
après une conférence (1967) ; propos rapportés par  
Bernard Taper dans *The arts in Boston* (1970).**



**Une grande partie de mes recherches en physique a consisté à ne pas chercher à résoudre un problème particulier, mais simplement à examiner des quantités mathématiques d'un type utilisé par les physiciens, et à essayer de les assembler de manière intéressante, indépendamment de toute application que ce travail peut avoir. Il s'agit simplement de rechercher de belles mathématiques. Il peut s'avérer qu'il y ait plus tard une application. Alors, on a de la chance.**

**Paul Dirac (1902-1984)  
Conférence donnée en 1981, reproduite en août  
1982 dans *International Journal of Theoretical  
Physics*, 21 (« Pretty Mathematics »).**

**Inépuisable est la multitude des problèmes de la Mathématique ; dès qu'une question est résolue, à sa place s'en présente une foule d'autres.**

**David Hilbert (1862-1943)**

**Conférence donnée devant le Congrès international des mathématiciens à Paris en 1900.**



Source : Wikimedia Commons.



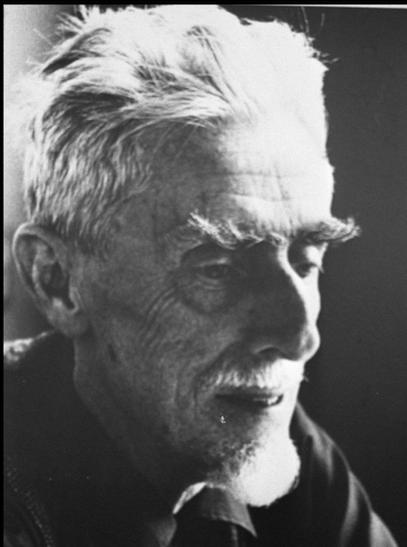
# Beauté des mathématiques



Source : Wikimedia Commons.

Les structures du mathématicien, comme celles du peintre ou du poète, doivent être belles ; les idées, comme les couleurs ou les mots, doivent s'assembler de façon harmonieuse. La beauté est le premier test : il n'y a pas de place permanente dans ce monde pour des mathématiques laides.

Godfrey Harold Hardy (1877-1947)  
*A Mathematician's Apology* (1940).



Portrait : Hans Peters (ANEFO).  
Source : Wikimedia Commons.

[Du portail ouvert des mathématiques], des sentiers battus mènent dans toutes les directions [...]. Parfois, je pense avoir couvert toute la région, je pense avoir parcouru tous les chemins et admiré toutes les vues, et puis je découvre soudain un nouveau chemin et je goûte à de nouveaux plaisirs.

M.C. Escher (1898-1972)  
*Regelmatige vlakverdeling* (1958).

J'aime regarder les mathématiques presque plus comme un art que comme une science ; car l'activité du mathématicien, créant sans cesse tel qu'il est, guidé mais non contrôlé par le monde extérieur des sens, présente une ressemblance, que je crois non fantaisiste mais réelle, avec celle d'un artiste.

**Maxime Bôcher (1867-1918)**

*Bulletin of the American Mathematical Society*, 11  
(1904).



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.



Source : Wikimedia Commons.

Les mathématiques ne peuvent être définies sans reconnaître leur caractéristique la plus évidente : à savoir qu'elles sont intéressantes. Nulle part ailleurs qu'en mathématiques, la beauté intellectuelle n'est ressentie aussi profondément et appréciée avec autant de minutie dans ses différentes nuances et qualités, et seule l'appréciation informelle de la valeur mathématique peut distinguer ce qui est mathématique d'un fatras d'énoncés et d'opérations formellement similaires, mais tout à fait triviaux.

**Michael Polanyi (1891-1976)**

*Personal Knowledge* (1962).



Source : Wikimedia Commons.

Il peut être très difficile de définir la beauté mathématique, mais il en va de même pour toutes les sortes de beauté – nous ne savons peut-être pas tout à fait ce que nous entendons par un beau poème, mais cela ne nous empêche pas d'en reconnaître un lorsque nous le lisons.

**Godfrey Harold Hardy (1877-1947)**  
*A Mathematician's Apology (1940).*



Source : Wikimedia Commons / Fondation Nobel.

Il est plus important d'avoir de la beauté dans ses équations que d'être en accord avec l'expérience.

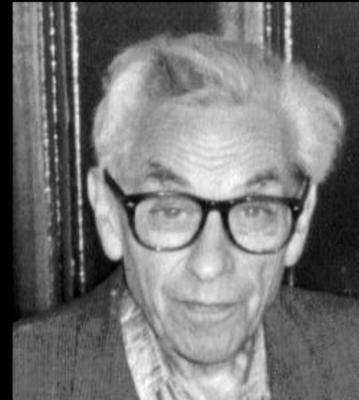
**Paul Dirac (1902-1984)**  
« The evolution of the Physicist's Picture of Nature ». *Scientific American* (mai 1963).

[à propos de la beauté des mathématiques]

**C'est comme demander pourquoi la Neuvième Symphonie de Beethoven est belle. Si vous ne voyez pas pourquoi, on ne peut pas vous l'expliquer. Je sais que les nombres sont beaux. S'ils ne sont pas beaux, rien ne l'est.**

**Paul Erdős (1913-1996)**

**cité par Paul Hoffman dans « The Man Who Loves Only Numbers », *The Atlantic Monthly* (novembre 1987).**



Portrait : Topsy Kretts.  
Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY 3.0.



# **Mathématiques et réalité**

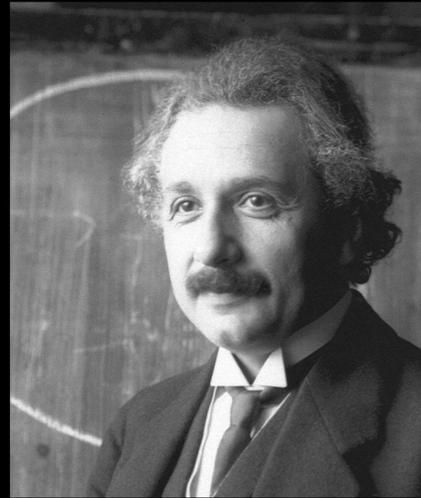
**Jusqu'à présent, notre expérience justifie que nous croyions que la nature est la réalisation des idées mathématiques imaginables les plus simples. Je suis convaincu que nous pouvons découvrir, au moyen de constructions purement mathématiques, les concepts et les lois qui les relient entre elles et qui fournissent la clé de la compréhension des phénomènes naturels.**

**Albert Einstein (1879-1955)**

**Conférence donnée le 10 juin 1933.**

**« On the Method of Theoretical Physics ».**

*Philosophy of Science* 1.2 (avril 1934).

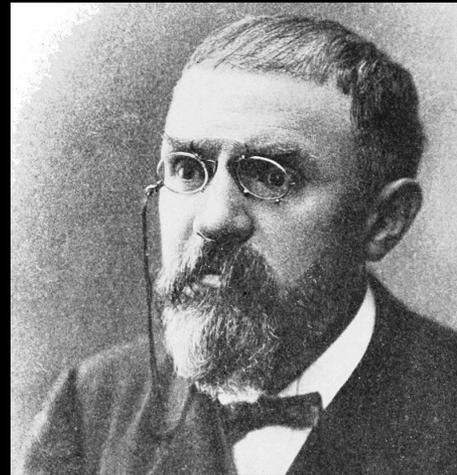


Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
Source : Wikimedia Commons.

**Sans [le langage de l'analyse mathématique], la plupart des analogies intimes des choses nous seraient demeurées à jamais inconnues ; et nous aurions toujours ignoré l'harmonie interne du monde.**

**Henri Poincaré (1854-1912)**

*La valeur de la science* (1905).



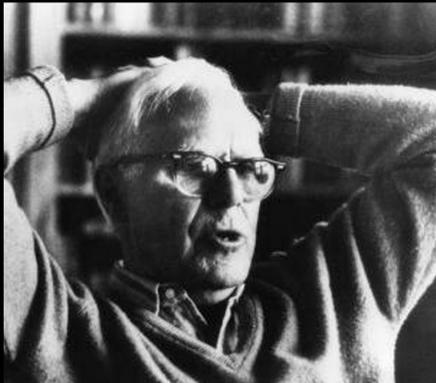
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Louis-Léopold Boilly.  
Source : Wikimedia Commons.

Les équations analytiques [...] que Descartes a introduites le premier dans l'étude des courbes et des surfaces, ne sont pas restreintes aux propriétés des figures, et à celles qui sont l'objet de la mécanique rationnelle ; elles s'étendent à tous les phénomènes généraux. Il ne peut y avoir de langage plus universel et plus simple, plus exempt d'erreurs et d'obscurités, c'est-à-dire plus digne d'exprimer les rapports invariables des êtres naturels.

Joseph Fourier (1768-1830)  
*Théorie analytique de la chaleur* (1822).



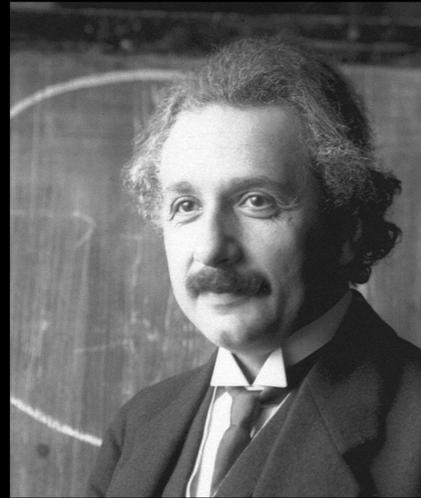
Portrait : Konrad Jacobs.  
Source : Wikimedia Commons /  
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

Les mathématiques ne sont pas seulement réelles, mais c'est la seule réalité. C'est-à-dire que tout l'univers est fait de matière, évidemment. Et la matière est faite de particules. Elle est faite d'électrons, de neutrons et de protons. Donc l'univers entier est fait de particules. Maintenant, de quoi sont faites les particules ? Elles ne sont faites de rien. La seule chose que l'on puisse dire de la réalité d'un électron est de citer ses propriétés mathématiques. Donc en un sens la matière s'est complètement dissoute et ce qui reste n'est qu'une structure mathématique.

Martin Gardner (1914-2010)  
« Gardner on Gardner : JPBM Communications Award Presentation ». *Focus : The Newsletter of the Mathematical Association of America*, 14.6 (1994).

Pour autant que les lois des mathématiques se réfèrent à la réalité, elles ne sont pas certaines ; et pour autant qu'elles sont certaines, elles ne se réfèrent pas à la réalité.

Albert Einstein (1879-1955)  
« Geometry and experience ». *Sidelights on relativity* (1922) (version enrichie d'un discours donné le 27 janvier 1921).



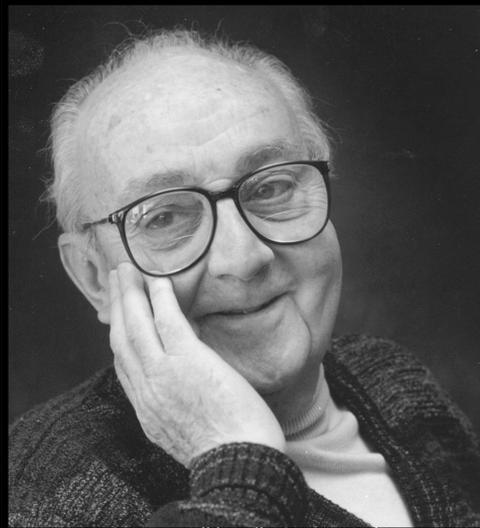
Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
Source : Wikimedia Commons.

Tous les effets de la nature ne sont que les résultats mathématiques d'un petit nombre de lois immuables.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827)  
*Théorie analytique des probabilités*, 2<sup>e</sup> édition (1814).



Portrait : Paulin Guérin.  
Source : Wikimedia Commons.



Source : Wikimedia Commons /  
DavidMCEddy (en.wikipedia).  
Licence CC BY-SA 3.0.

**Tous les modèles sont faux mais certains sont utiles.**

**George Box (1919-2013)**

**« Robustness in the Strategy of Scientific Model Building ». *Robustness in Statistics* (1979).**



Portrait : Louis-Léopold Boilly.  
Source : Wikimedia Commons.

**L'analyse mathématique est aussi étendue que la nature elle-même ; elle définit tous les rapports sensibles, mesure les temps, les espaces, les forces, les températures.**

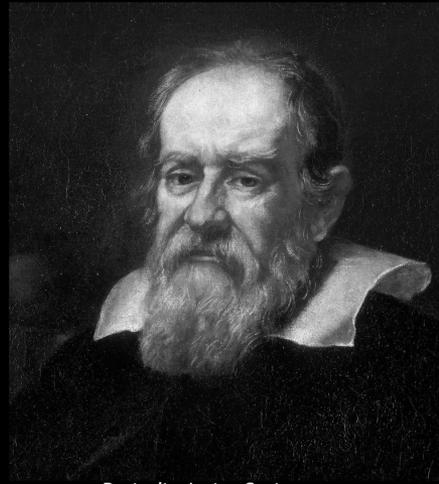
**Joseph Fourier (1768-1830)**

***Théorie analytique de la chaleur* (1822).**

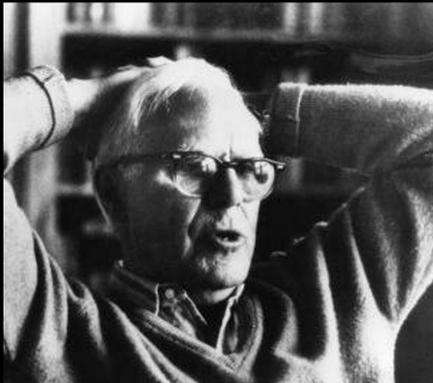
[Le grand livre de l'Univers] est écrit dans la langue mathématique, et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans lesquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot ; sans eux, c'est une errance vaine dans un labyrinthe obscur.

Galilée (1564-1642)

*Il Saggiatore* [...] [L'Essayeur] (1623).



Portrait : Justus Sustermans.  
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Konrad Jacobs.

Source : Wikimedia Commons /

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO).

Licence CC BY-SA 2.0 DE.

L'univers est fait de particules et de champs dont on ne peut rien dire, si ce n'est pour décrire leurs structures mathématiques. En un sens, l'univers entier est fait de mathématiques. Si les particules et les champs ne sont *pas* faits de structures mathématiques, alors dites-moi de quoi vous pensez qu'ils sont faits !

Martin Gardner (1914-2010)

« A Mind at Play : An Interview with Martin Gardner ». *Skeptical Inquirer* (mars-avril 1998).



Portrait : Frans Hals.  
Source : Wikimedia Commons.

**Pour moi, tout est mathématique dans la nature.**

**René Descartes (1596-1650)**  
**dans une lettre à Marin Mersenne (11 mars 1640).**  
*Œuvres de Descartes*, vol. 3 (1899).



# Raisonnements mathématiques

En mathématique, c'est comme dans un roman policier ou un épisode de *Columbo* : le raisonnement par lequel le détective confond l'assassin est au moins aussi important que la solution du mystère elle-même.

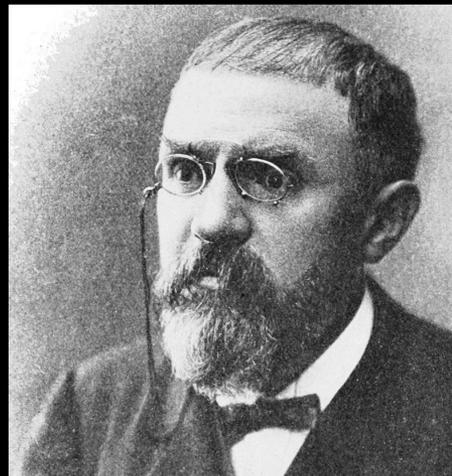
Cédric Villani (1973-)  
*Théorème vivant* (2012).



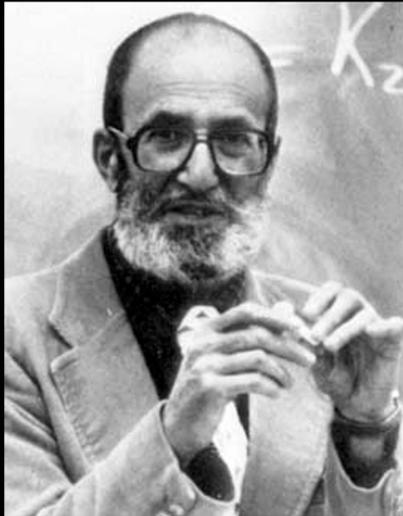
Portrait : Marie-Lan Nguyen.  
Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY 3.0.

Le raisonnement mathématique a par lui-même une sorte de vertu créatrice et par conséquent [il] se distingue du syllogisme.

Henri Poincaré (1854-1912)  
« Sur la nature du raisonnement mathématique »,  
*Revue de métaphysique et de morale* (1894).



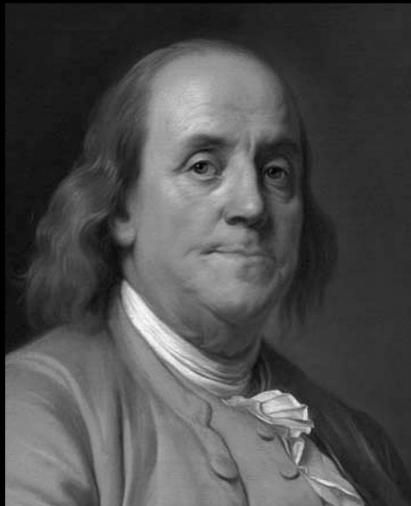
Source : Wikimedia Commons.



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

Les mathématiques ne sont pas une science déductive – c’est un cliché. Lorsque vous essayez de prouver un théorème, vous ne vous contentez pas d’énumérer les hypothèses, puis de commencer à raisonner. Ce que vous faites c’est des essais et des erreurs, des expérimentations, des suppositions.

Paul Halmos (1916-2006)  
*I want to be a mathematician* (1985).



Portrait : Joseph-Siffred Duplessis.  
 Source : Wikimedia Commons.

Les *démonstrations mathématiques* sont une logique aussi utile, sinon plus, que celle communément apprise à l’école, servant à une juste formation de l’esprit, accroissant ses capacités et le renforçant de manière à le rendre capable de raisonner avec exactitude et de discerner le vrai du faux dans toutes les situations, même sur des sujets non mathématiques.

Benjamin Franklin (1706-1790)  
 « On the Usefulness of the Mathematics ».  
*Pennsylvania Gazette*, 360 (1735).

**La logique est invincible, car pour combattre la logique, il faut encore faire de la logique.**

**Gregorius Itelson (1852-1926)  
cité par Louis Couturat dans : « Logique et  
Philosophie des sciences. Séances de section et  
séances générales ». *Revue de Métaphysique et de  
Morale* (1904).**

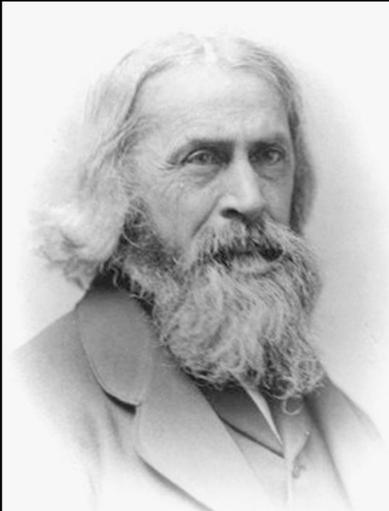
**[Cette citation est parfois attribuée à tort à Pierre  
Boutroux.]**

**La tentative de création d'une machine pensante  
nous sera d'une grande aide pour découvrir com-  
ment nous pensons nous-mêmes.**

**Alan Turing (1912-1954)  
dans une émission de la BBC du 15 mai 1951 (*Can  
digital computers think ?*).**



Source : Wikimedia Commons.



Source : Wikimedia Commons.

Messieurs, c'est sûrement vrai, c'est absolument paradoxal, nous ne pouvons pas le comprendre, et nous ne savons pas ce que cela signifie, mais nous l'avons prouvé, et par conséquent nous savons que cela doit être la vérité.

**Benjamin Peirce (1809-1880)**

à propos de la formule  $e^{\pi/2} = \sqrt[i]{i}$  qu'il venait de démontrer.

Rapporté par W.E. Byerly (élève de Peirce) dans  
« Benjamin Peirce. Reminiscences ». *The American Mathematical Monthly*, 32.1 (1925).

Enlever le principe du tiers exclu aux mathématiciens serait la même chose, disons, qu'interdire le télescope aux astronomes ou aux boxeurs l'usage des poings.

**David Hilbert (1862-1943)**

« Die Grundlagen der Mathematik ». *Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität*, 6 (1928).



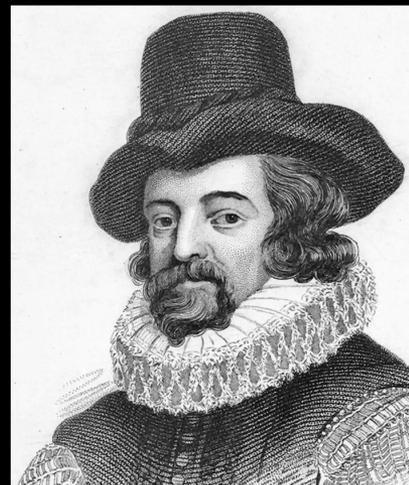
Source : Wikimedia Commons.

Comme le M. Jourdain de Molière a fait toute sa vie de la prose sans le savoir, les mathématiciens ont raisonné pendant au moins deux millénaires sans avoir conscience de tous les principes qui sous-tendaient ce qu'ils faisaient. La vraie nature des outils de leur métier n'est devenue évidente que ces derniers temps.

Ernest Nagel (1901-1985) et James R. Newman  
(1907-1966)  
*Gödel's Proof* (1958).

Si l'esprit d'un homme est sujet à l'errance, qu'il étudie les mathématiques; car dans les démonstrations, si son esprit a un moment de distraction, il doit recommencer.

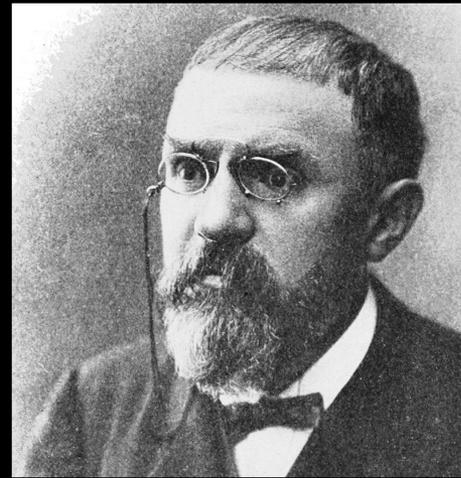
Francis Bacon (1561-1626)  
*The Works of Francis Bacon*, vol. 6 (1858).



Source : Wikimedia Commons.

**Le caractère essentiel du raisonnement par récurrence c'est qu'il contient, condensés pour ainsi dire en une formule unique, une infinité de syllogismes.**

**Henri Poincaré (1854-1912)**  
**« Sur la nature du raisonnement mathématique ».**  
*Revue de métaphysique et de morale (1894).*



Source : Wikimedia Commons.



Source : Wikimedia Commons.

**Une preuve mathématique devrait ressembler à une constellation simple et nette, et non à un amas éparpillé dans la Voie lactée.**

**Godfrey Harold Hardy (1877-1947)**  
*A Mathematician's Apology (1940).*

Il y a très peu de choses que nous connaissons et qui ne peuvent être réduites à un raisonnement mathématique, et quand elles ne le peuvent pas, c'est un signe que notre connaissance d'elles est très petite et confuse ; et là où un raisonnement mathématique peut être appliqué, c'est une grande folie de faire usage de tout autre, comme de tâtonner dans le noir quand on a une bougie à côté de soi.

John Arbuthnot (1667-1735)  
*Of the laws of chance* (1692).



Portrait : Godfrey Kneller.  
Source : Wikimedia Commons.

Tout bon théorème devrait avoir plusieurs preuves, plus il y en a mieux c'est. Pour deux raisons : en général, des preuves différentes ont des forces et des faiblesses différentes, et elles se généralisent dans des directions différentes – ce ne sont pas seulement des répétitions les unes des autres.

Michael Atiyah (1929-2019)  
« Interview with Michael Atiyah and Isadore Singer ». *EMS Newsletter*, septembre 2004.

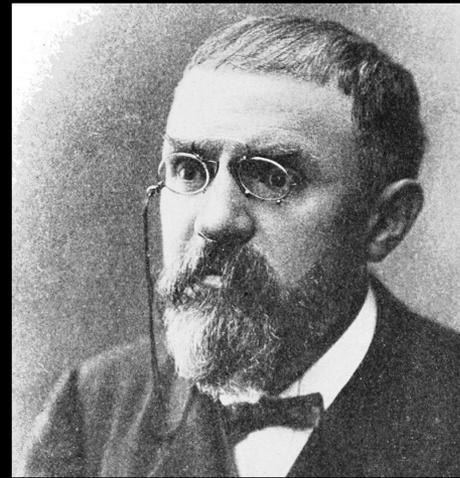


Portrait : Gert-Martin Greuel.  
Source : Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

Le raisonnement par récurrence [...] est un instrument qui permet de passer du fini à l'infini. Cet instrument est toujours utile, puisque, nous faisant franchir d'un bond autant d'étapes que nous le voulons, il nous dispense de vérifications longues, fastidieuses et monotones qui deviendraient rapidement impraticables. Mais il devient *indispensable* dès qu'on vise au théorème *général*, dont la vérification analytique nous rapprocherait sans cesse, sans nous permettre jamais de l'atteindre.

Henri Poincaré (1854-1912)

« Sur la nature du raisonnement mathématique ».  
*Revue de métaphysique et de morale* (1894).



Source : Wikimedia Commons.

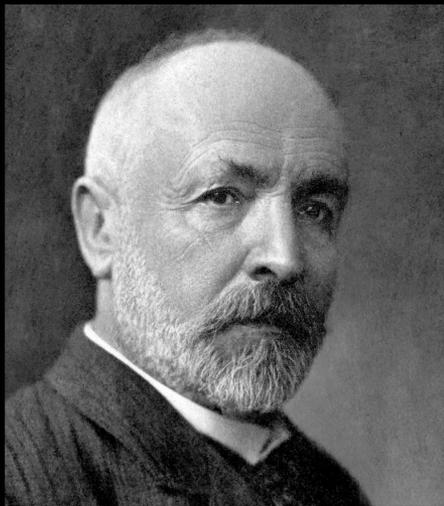
L'analyse et la philosophie naturelle doivent leurs plus importantes découvertes à ce moyen fécond que l'on nomme *induction* [...]. Cependant l'induction, en faisant découvrir les principes généraux des sciences, ne suffit pas pour les établir en rigueur. Il faut toujours les confirmer par des démonstrations, ou par des expériences décisives ; car l'histoire des sciences nous montre que l'induction a quelquefois conduit à des résultats inexacts.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

*Théorie analytique des probabilités*, 2<sup>e</sup> édition  
 (1814).



Portrait : Paulin Guérin.  
 Source : Wikimedia Commons.



Source : Wikimedia Commons.

**Je le vois, mais je ne le crois pas !**

**Georg Cantor (1845-1918)**

**[à propos de sa preuve de l'existence d'une bijection entre une courbe et une surface]  
dans une lettre à Richard Dedekind, datée du 29  
juin 1877 (en français dans le texte)  
*Briefwechsel Cantor-Dedekind (1937).***



Source : Wikimedia Commons.

**Le raisonnement par l'absurde, qu'Euclide aimait tant, est l'une des meilleures armes du mathématicien. C'est un gambit bien plus fin que n'importe quel gambit aux échecs : un joueur d'échecs peut offrir le sacrifice d'un pion ou même d'une pièce, mais un mathématicien offre la partie.**

**Godfrey Harold Hardy (1877-1947)**

***A Mathematician's Apology (1940).***

# Nombres parfaits

[à propos des nombres parfaits (entiers naturels égaux à la somme de leurs diviseurs stricts)]

C'est merveille de voir combien peu il y en a de semblables, et combien rares sont les nombres, aussi bien que les hommes, parfaits.

*Récréations Mathématiques* (1624)  
signé H. van Etten, et attribué à Jean Leurechon  
(1591-1670) [attribution contestée].

Ces propos sont parfois attribués à tort à Descartes, peut-être car la citation apparaît dans le tome X de ses *Œuvres* (édition Adam et Tannery), dans un complément des éditeurs comportant des extraits des *Récréations Mathématiques* (ainsi que d'un livre de commentaires sur ce texte, rédigé par Claude Mydorge, ami de Descartes). La confusion pourrait en particulier avoir été propagée suite à une mauvaise interprétation de *Les nombres premiers : principaux résultats obtenus depuis Euclide* (A. Ferrier, 1947), dans lequel la citation est donnée avec comme référence le livre de Mydorge, mais comme source le tome X des *Œuvres* de Descartes. L'attribution à tort de la citation à Descartes se retrouve par exemple dans *A selection of problems in the theory of numbers* (Waclaw Sierpinski, 1964), *Over getallen gesproken - Talking about numbers* (Maarten Looijen, 1970), et *Mathematical Circles Squared* (Howard Whitley Eves, 1972).

Par ailleurs, on retrouve l'analogie entre nombres parfaits et hommes parfaits chez d'autres auteurs, par exemple Marin Mersenne (qui fait peut-être référence aux *Récréations mathématiques*) :



Source : Wikimedia Commons.

On voit [...] combien sont rares les nombres parfaits et combien l'on a raison de les comparer aux hommes parfaits.

Marin Mersenne (1588-1648)  
*Cogitata Physico Mathematica* (1644).

Mais cette idée est aussi présente dans des textes plus anciens :

La perfection est rare dans les nombres comme dans les hommes.

*De creatione et mysterio numerorum perfectorum*,  
probablement rédigé par Guillaume, abbé  
d'Auberive (XII<sup>e</sup> siècle), cité dans *Histoire littéraire  
de la France : XII<sup>e</sup> siècle*, vol. 14 (1817).



# Hasard et probabilités

Il est remarquable qu'une science [la théorie des probabilités] qui a commencé par la considération des jeux, se soit élevée aux plus importants objets des connaissances humaines.

**Pierre-Simon Laplace (1749-1827)**  
*Théorie analytique des probabilités*, 3<sup>e</sup> édition  
(1820).



Portrait : Paulin Guérin.  
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Frans Hals.  
Source : Wikimedia Commons.

C'est une vérité très certaine, que lorsqu'il n'est pas en notre pouvoir de discerner les plus vraies opinions, nous devons suivre les plus probables.

**René Descartes (1596-1650)**  
*Discours de la méthode* (1637).

**[Les] questions les plus importantes de la vie [ne sont], pour la plupart, que des problèmes de probabilité.**

**Pierre-Simon Laplace (1749-1827)**  
*Théorie analytique des probabilités*, 2<sup>e</sup> édition  
 (1814).



Portrait : Paulin Guérin.  
 Source : Wikimedia Commons.

**Toute personne qui envisage des méthodes arithmétiques pour produire des chiffres aléatoires est, bien sûr, en état de péché. Car, comme cela a été souligné à plusieurs reprises, il n'existe pas de nombre aléatoire – il n'y a que des méthodes pour produire des nombres aléatoires, et une procédure arithmétique stricte n'est bien sûr pas une telle méthode.**

**John von Neumann (1903-1957)**  
 Conférence donnée lors d'un congrès sur la  
 méthode de Monte-Carlo (1949).  
 « Various Techniques Used in Connection with  
 Random Digits ». *Monte Carlo Method* (1951).



Source : Wikimedia Commons /  
 Los Alamos National Laboratory.

**La théorie des probabilités n'est, au fond, que le bon sens réduit au calcul : elle fait apprécier avec exactitude ce que les esprits justes sentent par une sorte d'instinct, sans qu'ils puissent souvent s'en rendre compte.**

**Pierre-Simon Laplace (1749-1827)**  
*Théorie analytique des probabilités*, 2<sup>e</sup> édition  
(1814).



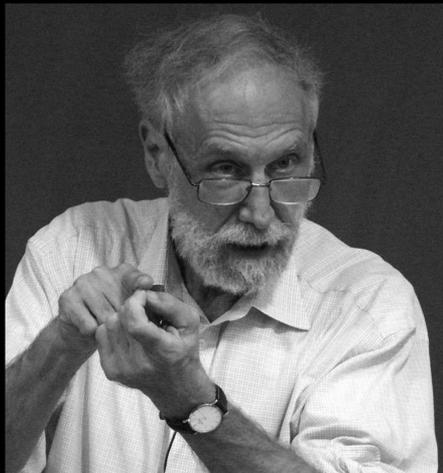
Portrait : Paulin Guérin.  
Source : Wikimedia Commons.

# Mathématiciens

**Un mathématicien est une machine qui transforme  
le café en théorèmes.**

**Alfréd Rényi (1921-1970)  
cité par Paul Erdős (1913-1996)  
« Child Prodigies ». *Proceedings of the Washington  
State University Conference on Number Theory*  
(1971).**

**[Ces propos sont souvent attribués à tort à Paul  
Erdős.]**



Portrait : Peter Potrowl. Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.

**Pour devenir vraiment un mathématicien, l'étape  
clé est de réaliser qu'à un moment donné vous de-  
vez arrêter de lire des livres. Vous devez penser par  
vous-même. Vous devez devenir votre propre auto-  
rité. [...] À un moment donné, vous devez réaliser  
que le fait que quelque chose soit écrit dans un livre  
ou non n'a pas d'importance. Ce qui compte, c'est  
de savoir si vous avez une preuve et si vous en êtes  
sûr. Le reste n'a pas d'importance.**

**Alain Connes (1947-)  
dans : Mariana Cook. *Mathematicians : An Outer  
View of the Inner World* (2009).**



Source : Wikimedia Commons.

On se souviendra d'Archimède quand Eschyle sera oublié, car les langues meurent mais pas les idées mathématiques. « Immortalité » est peut-être un mot idiot, mais quoi que cela puisse signifier c'est probablement à un mathématicien qu'on a le plus de chances de l'appliquer.

Godfrey Harold Hardy (1877-1947)  
*A Mathematician's Apology* (1940).



Source : Wikimedia Commons / Okounkov.  
 Licence CC BY-SA 4.0.

Il est très heureux que, contrairement aux gens qui creusent pour trouver de l'or, les mathématiciens puissent partager librement leurs précieux trésors avec tout le monde. Une fois que vous comprenez vraiment bien quelque chose, c'est formidable de l'expliquer à tout le monde.

Andrei Okounkov (1969-)  
 dans : Mariana Cook. *Mathematicians : An Outer View of the Inner World* (2009).

Tout comme l'astronome, le physicien, le géologue ou tout autre étudiant en sciences regarde vers l'extérieur le monde des sens, l'esprit du mathématicien va dans l'univers de la logique, non pas de manière métaphorique mais littéralement, à la recherche des choses qui y sont.

Cassius Jackson Keyser (1862-1947)  
Conférence donnée le 16 octobre 1907.  
« Mathematics ». *Lectures on Science, Philosophy and Art, 1907-1908* (1908).



Source : Wikimedia Commons.

À travers d'innombrables dimensions, chevauchant les vents de l'aventure intellectuelle et rempli de l'enthousiasme de la découverte, le mathématicien traque les cieux pour trouver l'harmonie et la vérité éternelle.

Cletus O. Oakley (1899-1990).  
« Mathematics ».  
*The American Mathematical Monthly* (1949).

Partant des assertions de base qu'il a choisies, le mathématicien construit une chaîne de nouvelles assertions, jusqu'à ce qu'il en trouve une particulièrement jolie. Ses collègues, appelés à admirer l'assertion nouvellement engendrée, diront alors : « Quel beau théorème ! »

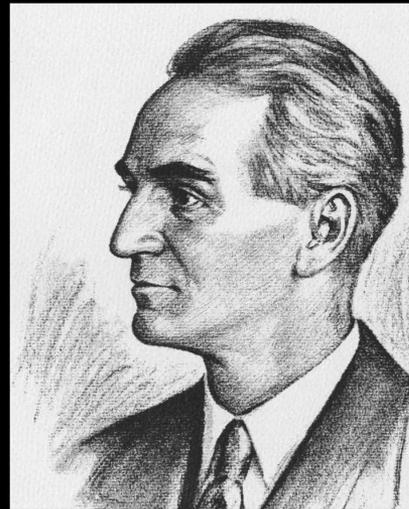
**David Ruelle (1935-)**  
*Hasard et Chaos (1991).*



Portrait : Janine Ruelle. Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.

Archimède, Newton et Gauss, ces trois-là sont dans une classe à part parmi les grands mathématiciens, et il n'appartient pas aux mortels ordinaires d'essayer de les classer par ordre de mérite.

**Eric Temple Bell (1883-1960)**  
*Men of Mathematics*, vol. 2 (1937).



Portrait : Carl A. Gist. Source : Wikimedia Commons.



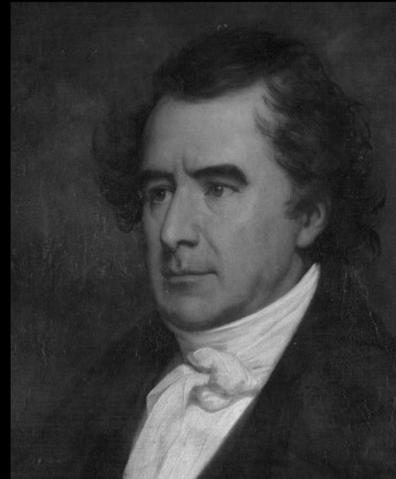
Source : Wikimedia Commons.

Un mathématicien, comme un peintre ou un poète, est un créateur de structures. Si les siennes sont plus permanentes que les leurs, c'est parce qu'elles sont faites d'idées.

Godfrey Harold Hardy (1877-1947)  
*A Mathematician's Apology* (1940).

Euler calculait sans aucun effort apparent, comme les hommes respirent, comme les aigles se soutiennent dans les airs.

François Arago (1786-1853)  
« Caritat de Condorcet ». *Œuvres complètes de François Arago*, vol. 2 (1854).



Portrait : Ary Scheffer.  
Source : Wikimedia Commons.

On entend souvent dire que les mathématiques consistent principalement à « prouver des théorèmes ». Le travail d'un écrivain est-il principalement « d'écrire des phrases » ? Le travail d'un mathématicien est surtout un enchevêtrement de suppositions, d'analogies, de vœux pieux et de frustrations, et la preuve, loin d'être le cœur de la découverte, est le plus souvent un moyen de s'assurer que notre esprit ne nous joue pas de tours.

Gian-Carlo Rota (1932-1999)

Introduction de *The Mathematical Experience*, de Philip J. Davis et Reuben Hersh (1981).



Portrait : Konrad Jacobs.  
Source : Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.



Source : Wikimedia Commons.

Un philosophe qui n'a aucune relation à la géométrie n'est qu'à moitié philosophe, et un mathématicien qui n'a pas de fibre philosophique n'est qu'à moitié mathématicien.

Gottlob Frege (1848-1925)

*Erkenntnisquellen der Mathematik und der mathematischen Naturwissenschaften* (article de 1924-1925, publié à titre posthume).

L'accomplissement de Kurt Gödel dans la logique moderne est singulière et monumentale – en fait, c'est plus qu'un monument, c'est un jalon qui restera visible loin dans l'espace et le temps.

**John von Neumann (1903-1957)**

Discours donné en mars 1951 lors de l'attribution du prix Albert Einstein à Kurt Gödel.

« Tribute to Dr. Gödel ». *Foundations of Mathematics : Symposium Papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel* (1969).



Source : Wikimedia Commons / Los Alamos National Laboratory.

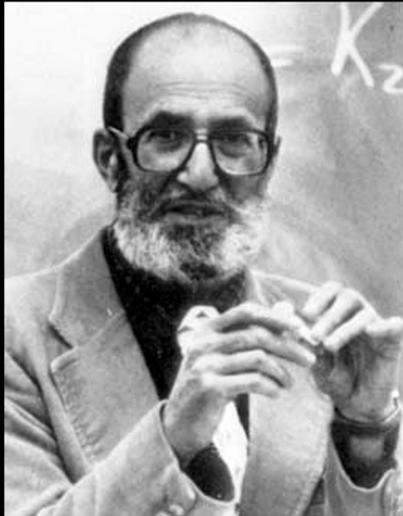


Source : Wikimedia Commons.

Si la curiosité intellectuelle, la fierté professionnelle et l'ambition sont les principales motivations de la recherche, alors il est certain que personne n'a plus de chance de les satisfaire qu'un mathématicien.

**Godfrey Harold Hardy (1877-1947)**

*A Mathematician's Apology* (1940).



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

Je me souviens que j'étais debout devant le tableau noir [...] et soudain j'ai compris les epsilons. J'ai compris ce qu'étaient les limites, et toutes les choses qu'on m'avait martelées sont devenues claires. [...] Toutes ces choses qui n'avaient auparavant aucun sens sont devenues évidentes ; je pouvais prouver les théorèmes. Cet après-midi-là, je suis devenu mathématicien.

**Paul Halmos (1916-2006)**

Interview avec Donald J. Albers (août 1981).  
*Mathematical People : Profiles and Interviews*  
(1985).



Source : Wikimedia Commons /  
Los Alamos National Laboratory.

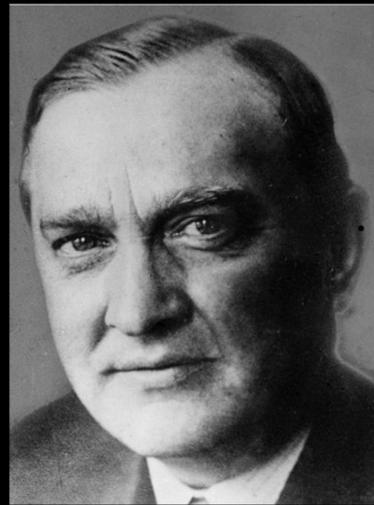
Dans de nombreux cas, les mathématiques sont une façon de fuir la réalité. Le mathématicien trouve sa propre niche monastique et son bonheur dans des quêtes déconnectées des affaires extérieures.

**Stanislaw Ulam (1909-1984)**

*Adventures of a Mathematician* (1976).

**Un mathématicien est une personne qui peut trouver des analogies entre des théorèmes; un meilleur mathématicien est celui qui peut voir des analogies entre des preuves et le meilleur mathématicien peut remarquer des analogies entre des théories; et on peut imaginer que le mathématicien ultime est celui qui peut voir des analogies entre des analogies.**

**Stefan Banach (1892-1945)  
cité par R. Kałuża, W.A. Woczyński et A. Kostant,  
dans *Through a reporter's eyes : the life of Stefan Banach* (1996).**



Source : Wikimedia Commons / Hussein Abdulhakim.  
Licence CC BY-SA 3.0.

# **De l'intérêt d'une bonne notation**



Source : Wellcome Collection.  
Licence CC BY 4.0.

À l'aide du symbolisme, nous pouvons effectuer visuellement des transitions presque mécaniques dans les raisonnements, qui autrement feraient appel aux facultés supérieures du cerveau.

**Alfred North Whitehead (1861-1947)**  
*An Introduction to Mathematics* (1911).

L'emploi des signes mathématiques est chose naturelle toutes les fois qu'il s'agit de discuter des relations entre des grandeurs ; et lors même qu'ils ne seraient pas rigoureusement nécessaires, s'ils peuvent faciliter l'exposition, la rendre plus concise, mettre sur la voie de développements plus étendus, prévenir les écarts d'une vague argumentation, il serait peu philosophique de les rebuter parce qu'ils ne sont pas également familiers à tous les lecteurs et qu'on s'en est quelquefois servi à faux.

**Antoine Augustin Cournot (1801-1877)**  
*Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (1838).



Source : Wikimedia Commons.



Source : Wellcome Collection.  
Licence CC BY 4.0.

En mathématiques, si l'on accorde une attention sérieuse aux idées mathématiques, le symbolisme est invariablement une immense simplification. Il est non seulement d'une utilité pratique, mais aussi d'un grand intérêt. Car il représente une analyse des idées du sujet et une représentation presque picturale de leurs relations les unes avec les autres.

Alfred North Whitehead (1861-1947)  
*An Introduction to Mathematics* (1911).

Il ne faut pas confondre l'opinion que j'émetts ici, avec l'affectation que certaines personnes ont d'éviter en apparence toute espèce de calcul, en traduisant par des phrases fort longues ce qui s'exprime très brièvement par l'algèbre, et ajoutant ainsi à la longueur des opérations, les longueurs d'un langage qui n'est pas fait pour les exprimer. Ces personnes sont en arrière de cent ans.

Évariste Galois (1811-1832)  
Préface à *Deux mémoires d'Analyse pure* (décembre 1831).  
*Les manuscrits de Évariste Galois* (1908).



Source : Wikimedia Commons.

**La langue de l'Analyse, la plus parfaite de toutes les langues, étant par elle-même un puissant instrument de découvertes, ses notations, lorsqu'elles sont nécessaires et heureusement imaginées, sont les germes de nouveaux calculs.**

**Pierre-Simon Laplace (1749-1827)**  
*Théorie analytique des probabilités (1812).*



Portrait : Paulin Guérin.  
Source : Wikimedia Commons.



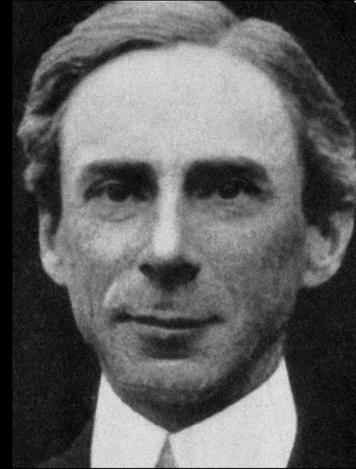
Source : Wellcome Collection.  
Licence CC BY 4.0.

**En soulageant le cerveau de tout travail inutile, une bonne notation lui permet de se concentrer sur des problèmes plus avancés, et en fait, augmente la puissance mentale.**

**Alfred North Whitehead (1861-1947)**  
*An Introduction to Mathematics (1911).*

Une bonne notation a une subtilité et une suggestivité qui la font parfois presque ressembler à un professeur. Des irrégularités de notation sont souvent le premier signe d'erreurs philosophiques, et une notation parfaite serait un substitut de la pensée.

Bertrand Russell (1872-1970)  
Introduction du *Tractatus Logico-Philosophicus* de  
Ludwig Wittgenstein (1922).



Source : Wikimedia Commons.

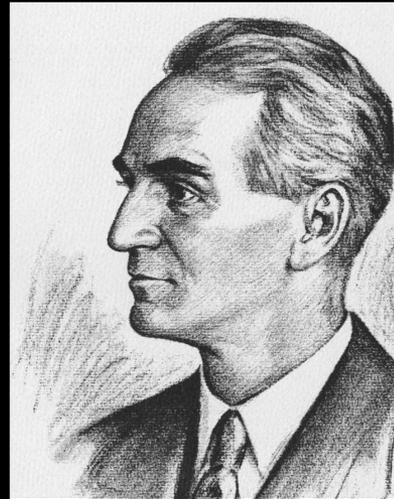


# **Une fausse citation d'Hilbert**

**Les mathématiques, selon David Hilbert, sont un jeu qui se joue selon certaines règles simples avec des marques vides de sens sur le papier.**

**Eric Temple Bell (1883-1960)**  
*The Queen of the Sciences (1931).*

**[Ces propos sont souvent attribués à tort à Hilbert lui-même.]**



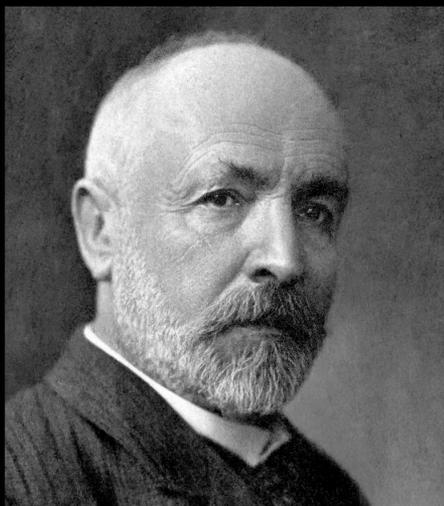
Portrait : Carl A. Gist. Source : Wikimedia Commons.

En effet, contrairement à ce que l'on peut lire partout, cette définition des mathématiques n'est pas une citation d'Hilbert, mais un commentaire de E.T. Bell sur le formalisme d'Hilbert. Par ailleurs, il est probable que Bell ait repris une remarque de Frank Plumpton Ramsey :

**Les mathématiques proprement dites sont donc considérées comme une sorte de jeu, qui se joue avec des marques vides de sens sur le papier, un peu comme le tic-tac-toe.**

**Frank Plumpton Ramsey (1903-1930)**  
**à propos du système formel d'Hilbert.**  
**« Mathematical Logic ». *The Mathematical Gazette***  
**(octobre 1926).**

# **Quelques théories et concepts mathématiques**



Source : Wikimedia Commons.

Ma théorie est aussi solide qu'un roc ; toute flèche dirigée contre elle retournera rapidement vers l'archer. Comment puis-je le savoir ? Parce que je l'ai étudiée de toutes parts pendant de nombreuses années ; parce que j'ai examiné toutes les objections qui ont été faites contre les nombres infinis ; et par-dessus tout, parce que j'ai pour ainsi dire suivi ses racines, jusqu'à la cause première de toutes les choses créées.

**Georg Cantor (1845-1918)**

dans une lettre à Carl Friedrich Heman (21 juin 1888), citée par Joseph Warren Dauben dans *Georg Cantor : his mathematics and philosophy of the infinite* (1979).

Cette tradition d'organisation des savoirs mathématiques est héritée des Grecs, en particulier des Éléments d'Euclide. Le but d'une définition est d'introduire un objet mathématique. Le but d'un théorème est d'énoncer certaines de ses propriétés, ou des interrelations entre divers objets. Le but d'une preuve est de rendre une telle affirmation convaincante [...].

**Yuri Manin (1937-)**

« Mathematical Knowledge : Internal, Social, and Cultural Aspects ». *Mathematics as Metaphor : Selected Essays of Yuri I. Manin* (2007).



Portrait : Gert-Martin Greuel.

Source : Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO).

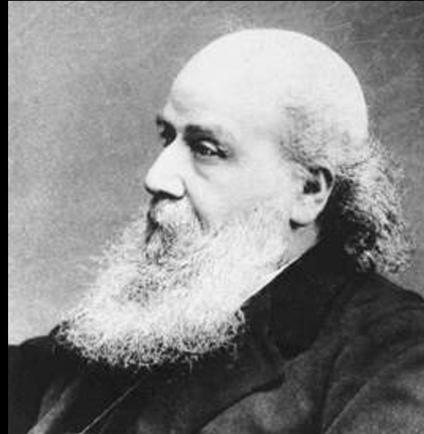
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

Il y a trois idées dominantes, pour ainsi dire trois sphères de pensée, qui imprègnent l'ensemble des sciences mathématiques [...]; ce sont les trois notions cardinales de nombre, d'espace et d'ordre.

**James Joseph Sylvester (1814-1897)**

Conférence donnée le 4 décembre 1854.

« A Probationary Lecture on Geometry [...] ». *The Collected Mathematical Papers of James Joseph Sylvester*, vol. 2 (1908).



Source : Wikimedia Commons.

La formidable notion de Groupe [est devenue] un concept d'une importance fondamentale et d'une prodigieuse fécondité, offrant non seulement la base d'une doctrine imposante – la Théorie des Groupes – mais servant aussi de trait d'union, comme une sorte de tissu conjonctif, ou plutôt comme un immense système cérébrospinal, réunissant un grand nombre de doctrines très dissemblables comme les organes d'un simple corps.

**Cassius Jackson Keyser (1862-1947)**

Conférence donnée le 16 octobre 1907.

« Mathematics ». *Lectures on Science, Philosophy and Art, 1907-1908* (1908).



Source : Wikimedia Commons.

Les séries divergentes sont en bloc une invention du diable, et c'est une honte que l'on ose fonder sur elles la moindre démonstration. On peut en tirer tout ce qu'on veut quand on les emploie, et ce sont elles qui ont produit tant d'échecs et tant de paradoxes.

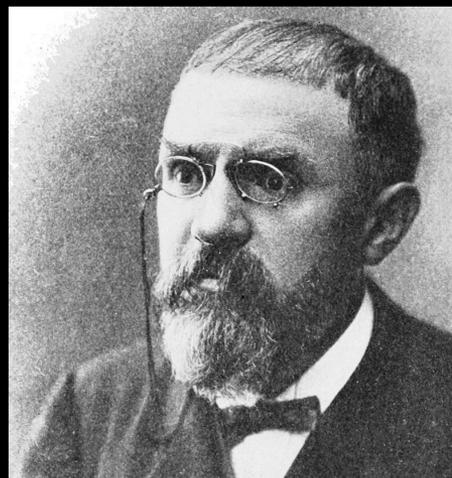
Niels Henrik Abel (1802-1829)  
dans une lettre à Bernt Michael Holmboe (1826),  
citée dans *Niels Henrik Abel : Mémorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance* (1902).



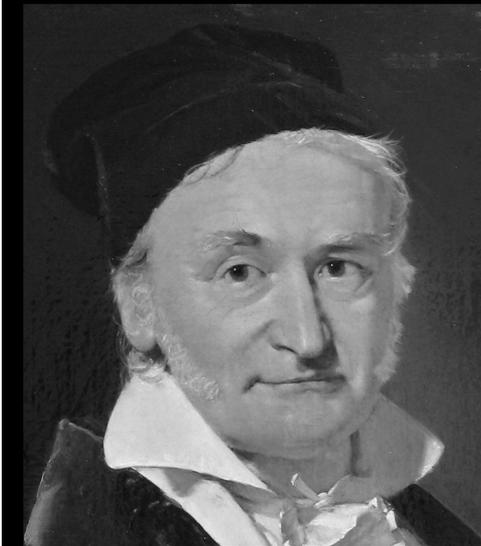
Portrait : Johan Gørbitz.  
Source : Wikimedia Commons.

Longtemps les objets dont s'occupent les mathématiciens étaient pour la plupart mal définis ; on croyait les connaître parce qu'on se les représentait avec les sens ou l'imagination ; mais on n'en avait qu'une image grossière et non une idée précise sur laquelle le raisonnement pût avoir prise.

Henri Poincaré (1854-1912)  
Conférence donnée au Congrès international des  
mathématiciens à Paris en 1900.



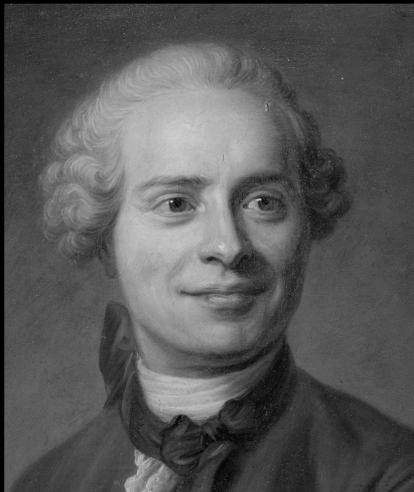
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Christian Albrecht Jensen.  
Source : Wikimedia Commons.

L'astronomie et [l'analyse] sont les pôles magnétiques vers lesquels ma boussole mentale se tourne toujours.

**Carl Friedrich Gauss (1777-1855)**  
dans une lettre à Farkas Bolyai (30 juin 1803).  
*Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Wolfgang Bolyai (1899).*



Portrait : d'après Maurice-Quentin de La Tour.  
Source : Wikimedia Commons.

L'Algèbre est généreuse, elle donne souvent plus qu'on ne lui demande.

**Jean le Rond d'Alembert (1717-1783)**  
Propos attribués par Alphonse Rebière, dans  
*Mathématiques et mathématiciens : pensées et curiosités (1889).*



Source : Wikimedia Commons.

**Les nombres sont la libre création de l'esprit humain, ils sont un moyen de comprendre la diversité des choses plus facilement et plus clairement.**

**Richard Dedekind (1831-1916)**

*Was sind und was sollen die Zahlen ? (1888).*

**L'un des traits les plus caractéristiques des mathématiques du siècle dernier est sans aucun doute l'utilisation systématique et universelle de la variable complexe. La plupart des grandes théories mathématiques en ont tiré une aide inestimable, et beaucoup lui doivent leur existence même.**

**James Pierpont (1866-1938)**

**Allocution donnée le 20 septembre 1904.**

**« The History of Mathematics in the Nineteenth Century ». *Bulletin of the American Mathematical Society*, 11.3 (1904).**

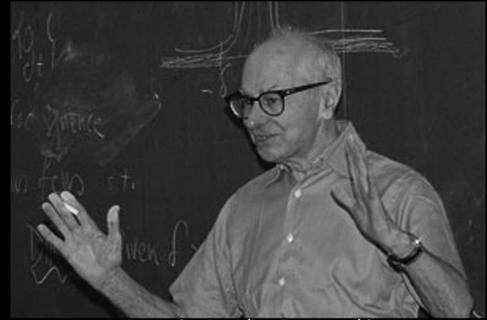
Notre notion « d'ensemble » est trop vague pour que l'hypothèse du continu ait une réponse positive ou négative.

Serge Lang (1927-2005)

à propos du résultat de Paul Cohen (preuve d'indépendance de l'hypothèse du continu)

*Serge Lang fait des maths en public : 3 débats au Palais de la découverte (Paris) (1984).*

[Ces propos sont parfois attribués à tort à Paul Cohen.]



Portrait : Bogdan Oporowski.  
Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.

Gauss regardait les mathématiques, pour reprendre ses propres termes, comme la reine des sciences, et l'arithmétique comme la reine des mathématiques.

Wolfgang Sartorius von Waltershausen (1809-1876)  
*Gauss zum Gedächtniss (1856).*

[Ces propos sont souvent attribués directement à Carl Friedrich Gauss (1777-1855), alors qu'il s'agit d'une citation indirecte.]



Source : Wikimedia Commons.

**Du paradis que Cantor a créé pour nous, nul ne doit pouvoir nous chasser.**

**David Hilbert (1862-1943)  
à propos de la théorie des ensembles et des nombres  
transfinis de Cantor, dans une conférence donnée le  
4 juin 1925.  
« Über das Unendliche », *Mathematische Annalen*,  
95 (1926).**



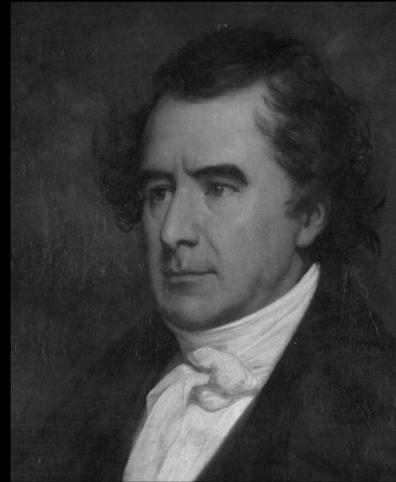
Source : Wikimedia Commons.

# Mosaïque hétéroclite

**Connaître, découvrir, communiquer, telle est, au fond, notre honorable destinée.**

**François Arago (1786-1853)**

**« De l'utilité des pensions accordées aux savants, aux littérateurs, aux artistes ». *Œuvres complètes de François Arago*, vol. 3 (1855).**



Portrait : Ary Scheffer.  
Source : Wikimedia Commons.

**Et peut-être la postérité me saura gré de lui avoir fait connaître que les Anciens n'ont pas tout su.**

**Pierre de Fermat (v. 1607-1665)  
dans une lettre à Pierre de Carcavi.**

***Œuvres de Fermat*, vol. 2 : *Correspondance* (1894).**



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

Nous présentons nos connaissances mathématiques sous la forme de brefs théorèmes parce que notre esprit rejette les formulations réellement longues. Il n'y a pas de doute que des êtres intelligents non humains feraient leurs mathématiques assez différemment de nous. On en a déjà une idée en regardant travailler les ordinateurs utilisés comme aides dans les études mathématiques.

David Ruelle (1935-)  
*Hasard et Chaos* (1991).



Portrait : Janine Ruelle. Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.



Portrait : Christoph Bernhard Francke.  
Source : Wikimedia Commons.

Il est indigne d'excellents hommes de perdre des heures comme des esclaves dans un travail calculatoire, qui pourrait en toute sécurité être relégué à quelqu'un d'autre si la machine [à calculer] était utilisée.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)  
*Machina arithmetica [...]* (manuscrit de 1685).  
David Eugene Smith. « Leibniz. On His Calculating Machine ». *A source book in mathematics* (1929).

Dans les mathématiques, il ne s'agit pas de nombres, d'équations, de calculs ou d'algorithmes : il s'agit de comprendre.

**William Thurston (1946-2012)**  
dans : Mariana Cook. *Mathematicians : An Outer View of the Inner World* (2009).



Portrait : George M. Bergman.  
Source : Wikimedia Commons /  
Oberwolfach Photo Collection.

En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue.

**John von Neumann (1903-1957)**  
Propos publiés par l'auteur Gary Zukav dans *The Dancing Wu Li Masters* (1979), citant une anecdote que lui a rapportée le physicien Felix Smith.

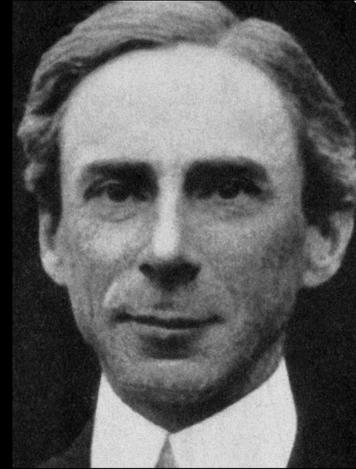


Source : Wikimedia Commons /  
Los Alamos National Laboratory.

**L'habitude de fonder les convictions sur des preuves, et de ne leur donner que le degré de certitude que ces preuves garantissent, permettrait, si elle se généralisait, de guérir la plupart des maux dont souffre le monde.**

**Bertrand Russell (1872-1970)**

*Why I Am Not a Christian, And Other Essays on Religion and Related Subjects (1957).*



Source : Wikimedia Commons.

**Il serait sans doute plus facile d'apprendre toutes les langues du monde que de maîtriser toutes les mathématiques actuelles.**

**Walter Warwick Sawyer (1911-2008)**

*Prelude to Mathematics (1955).*



Portrait : Renate Schmid.  
Source : Mathematisches Forschungsinstitut  
Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

**La complication des mathématiques pures [...] rendra tôt ou tard les articles trop compliqués pour être vérifiés en détail, et commencera alors un processus d'accumulation d'erreurs non détectées. Et comme les mathématiques sont une science très profonde, dans le sens où les résultats d'un article dépendent généralement des résultats de nombreux autres articles, une telle accumulation d'erreurs est très dangereuse pour les mathématiques.**

**Vladimir Voevodsky (1966-2017)  
Entretien avec Roman Mikhailov (2012).**

**L'esprit a ses illusions, comme le sens de la vue ; et de même que le toucher rectifie celles-ci, la réflexion et le calcul corrigent également les premières. [...] Nos passions, nos préjugés, et les opinions dominantes, en exagérant les probabilités qui leur sont favorables, et en atténuant les probabilités contraires, sont des sources abondantes d'illusions dangereuses.**

**Pierre-Simon Laplace (1749-1827)  
*Théorie analytique des probabilités*, 2<sup>e</sup> édition  
(1814).**

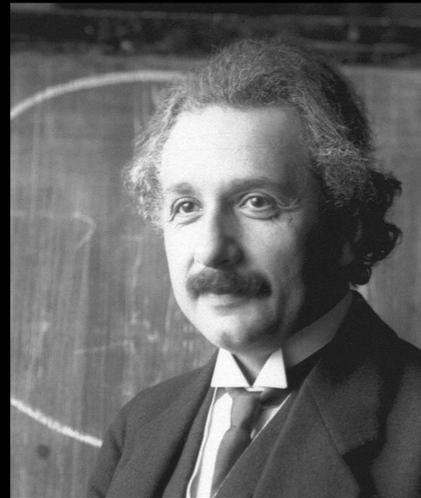


Portrait : Paulin Guérin.  
Source : Wikimedia Commons.

La signification de la relativité a été largement mal comprise. Les philosophes jouent avec le mot, comme un enfant avec une poupée. La relativité, telle que je la vois, signifie simplement que certains faits physiques et mécaniques, qui ont été considérés comme positifs et permanents, sont relatifs par rapport à certains autres faits dans le domaine de la physique et de la mécanique. Cela ne veut pas dire que tout dans la vie est relatif et que nous avons le droit de retourner malicieusement sens dessus dessous le monde entier.

Albert Einstein (1879-1955)

« What Life Means to Einstein. An interview by George Sylvester Viereck ». *The Saturday Evening Post* (26 octobre 1929).



Portrait : Ferdinand Schmutzer.  
Source : Wikimedia Commons.

Donne-moi un lieu où je puisse me tenir ferme, et je mettrai la Terre en mouvement.

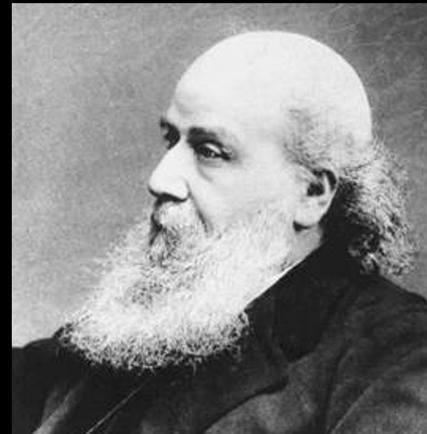
Archimède (v. 287 AEC-v. 212 AEC)  
cité par Pappus d'Alexandrie, dans sa *Collection*  
[mathématique] (v. 340).

Je sais que je suis mortel et éphémère ; mais quand j'observe l'évolution circulaire d'astres si nombreux, je ne touche plus la terre de mes pieds : c'est auprès de Zeus lui-même que je me gorge d'ambrosie, de ce mets des dieux.

Épigramme dans l'*Anthologie grecque*, attribuée à Claude Ptolémée (II<sup>e</sup> siècle), mais probablement apocryphe.

Comme la foudre purifie l'air de vapeurs nocives impalpables, un paradoxe incisif libère l'intelligence humaine de l'influence léthargique d'hypothèses latentes et insoupçonnées. Le paradoxe est l'assassin des préjugés.

James Joseph Sylvester (1814-1897)  
extrait d'une annexe d'un article de W. Thomson  
dans *Proceedings of London Mathematical Society*,  
VI (1875).



Source : Wikimedia Commons.

De même que le Soleil éclipse les étoiles par son éclat, l'homme de savoir éclipsera la renommée des autres dans les assemblées du peuple s'il propose des problèmes algébriques, et encore plus s'il les résout.

**Brahmagupta (v. 598-v. 668)**  
cité par Florian Cajori dans *A history of mathematics* (1893).



Source : Wikimedia Commons.

Les jeunes hommes devraient prouver des théorèmes, et les vieux devraient écrire des livres.

**Godfrey Harold Hardy (1877-1947)**  
cité par Freeman J. Dyson dans une conférence  
donnée le 2 juin 1987.  
« A walk through Ramanujan's garden ».  
*Ramanujan : Essays and Surveys* (2001).

On ne se doute pas que le livre le plus précieux du plus savant serait celui où il dirait tout ce qu'il ne sait pas [...], on ne se doute pas qu'un auteur ne nuit jamais tant à ses lecteurs que quand il dissimule une difficulté.

Évariste Galois (1811-1832)

Préface à *Deux mémoires d'Analyse pure* (décembre 1831).

*Les manuscrits de Évariste Galois* (1908).



Source : Wikimedia Commons.



Source : Wikimedia Commons.

La difficulté [du fondement des mathématiques] vient principalement de l'ambiguïté du langage. C'est pourquoi il est de la plus haute importance de considérer attentivement les mots que nous utilisons.

Giuseppe Peano (1858-1932)

*Arithmetices principia, nova methodo exposita* (1889).

Nous devons tout le temps, au lieu de *points, droites, plans*, pouvoir dire *tables, chaises, chopes*.

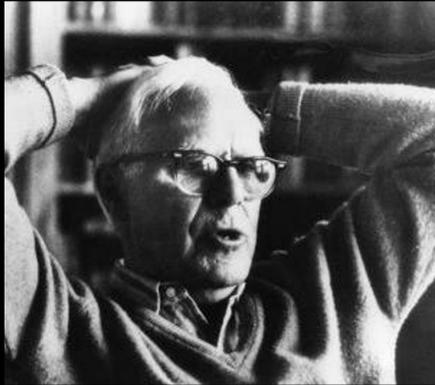
David Hilbert (1862-1943)  
 cité par Otto Blumenthal dans le chapitre  
 « *Lebensgeschichte* » de *Gesammelte Abhandlungen*  
 (David Hilbert, 1935).



Source : Wikimedia Commons.

[C'est] une preuve de bassesse d'esprit que de vouloir penser avec les foules ou la majorité, simplement parce que la majorité [est] la majorité. La vérité ne change pas selon qu'elle est crue ou pas crue par la majorité des gens.

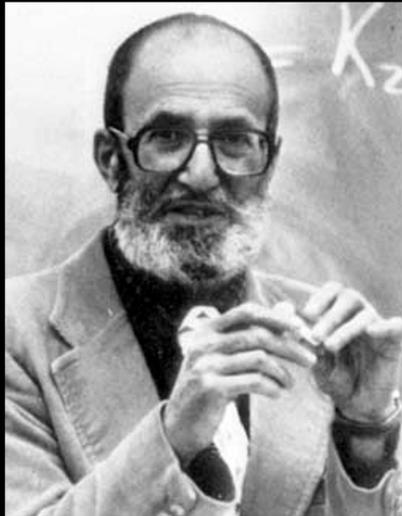
Coulson Turnbull,  
 paraphrasant des propos de Giordano Bruno  
 (1548-1600) tenus lors d'un débat en 1588.  
*Life and Teachings of Giordano Bruno :  
 Philosopher, Martyr, Mystic 1548 - 1600* (1913).



Portrait : Konrad Jacobs.  
Source : Wikimedia Commons /  
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

L'histoire biographique, telle qu'elle est enseignée dans nos écoles publiques, est encore en grande partie une histoire de crétins : des rois et des reines ridicules, des dirigeants politiques paranoïaques, des voyageurs compulsifs, des généraux ignorants – les déchets flottants des courants historiques. Les hommes qui ont radicalement changé l'histoire, les grands mathématiciens et scientifiques créatifs, sont rarement mentionnés, voire jamais.

Martin Gardner (1914 - 2010)  
« Adventures Of a Mathematician ».  
*The New York Times* (9 mai 1976).



Source : MacTutor History of Mathematics Archive.

La source de toutes les grandes mathématiques est le cas particulier, l'exemple concret. Il est fréquent en mathématiques que chaque occurrence d'un concept apparemment très général soit essentiellement la même chose qu'un petit cas particulier concret.

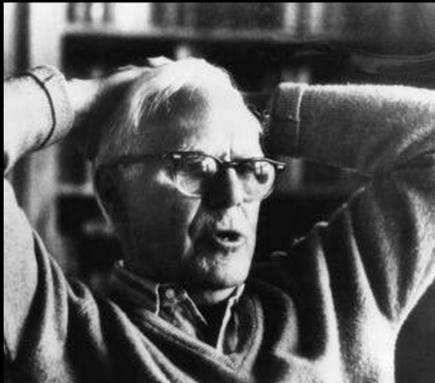
Paul Halmos (1916-2006)  
*I want to be a mathematician* (1985).



Portrait : Frans Hals.  
Source : Wikimedia Commons.

L'exacte observation de ce peu de préceptes que j'avais choisis, me donna telle facilité à démêler toutes les [questions mathématiques], qu'en deux ou trois mois que j'employai à les examiner, ayant commencé par les plus simples et plus générales, et chaque vérité que je trouvais étant une règle qui me servait après à en trouver d'autres, [...] je vins à bout de plusieurs que j'avais jugées autrefois très difficiles.

**René Descartes (1596-1650)**  
*Discours de la méthode* (1637).



Portrait : Konrad Jacobs.  
Source : Wikimedia Commons /  
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO).  
Licence CC BY-SA 2.0 DE.

Dans le domaine médical [l'ignorance scientifique] pourrait conduire à des résultats épouvantables. Les personnes qui ne comprennent pas la différence entre une expérience contrôlée et les affirmations d'un charlatan peuvent mourir du fait de ne pas prendre au sérieux la science médicale.

**Martin Gardner (1914-2010)**  
« Mastermind », interview dans *The Charlotte Observer* (20 juin 1993).



Source : Wikimedia Commons.

**Un chimiste qui ne connaît pas les mathématiques  
est gravement handicapé.**

**Irving Langmuir (1881-1957)**

**Discours donné le 11 octobre 1929.**

**« Selecting the chemist-elect ». *Journal of Chemical  
Education*, vol. VII (mars 1930).**

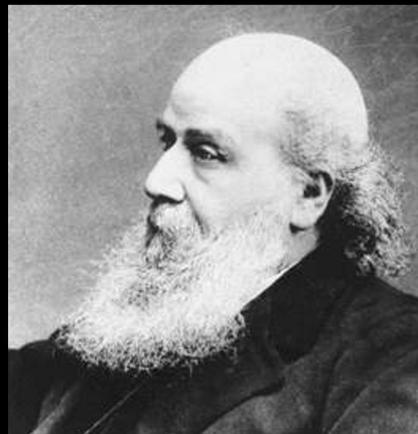
**Le profane en mathématiques traverse notre époque  
plus ou moins comme un étranger.**

**Christian Heinrich von Dillmann (1829-1899)**

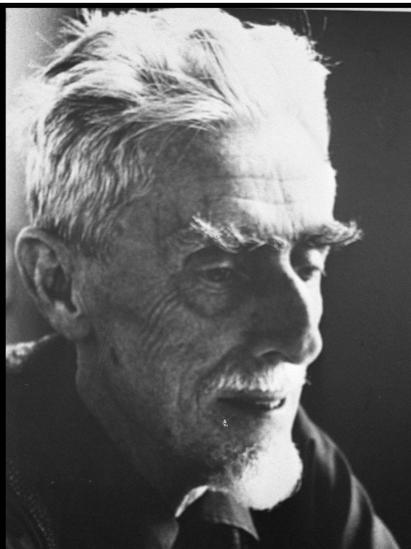
***Die Mathematik die Fackelträgerin einer neuen Zeit  
(1889).***

Conformément à l'usage général, j'ai utilisé le mot mathématiques au pluriel ; mais je pense qu'il serait souhaitable que cette forme de mot soit réservée aux applications de la science, et que nous utilisions mathématique au singulier pour désigner la science elle-même, de la même manière que nous parlons de logique, de rhétorique, ou [...] de musique.

**James Joseph Sylvester (1814-1897)**  
 « Presidential Address to Section "A" of the British Association ». *The Collected Mathematical Papers of James Joseph Sylvester*, vol.2 (1908).



Source : Wikimedia Commons.



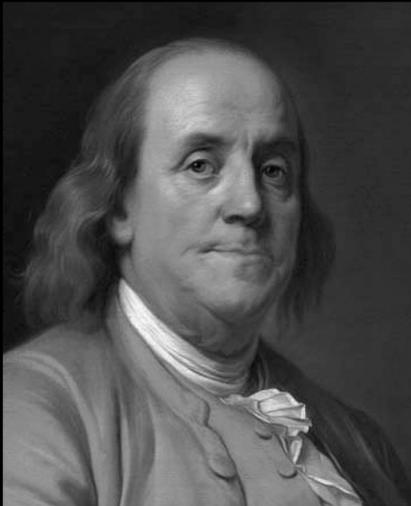
Portrait : Hans Peters (ANEFO).  
 Source : Wikimedia Commons.

En affrontant passionnément les énigmes qui nous entourent, en considérant et en analysant les observations que j'avais faites, j'ai fini par me retrouver dans le domaine des mathématiques.

**M.C. Escher (1898-1972)**  
*The Graphic Work of M.C. Escher*, 2<sup>e</sup> édition (1967).



# Éloge des mathématiques



Portrait : Joseph-Siffred Duplessis.  
Source : Wikimedia Commons.

**Quelle science [peut] être plus noble, plus excellente,  
plus utile aux hommes, plus admirablement élevée et  
démonstrative, que celle des mathématiques ?**

**Benjamin Franklin (1706-1790)**  
**« On the Usefulness of the Mathematics ».**  
*Pennsylvania Gazette, 360 (1735).*

**Si je suis malheureux, je fais des mathématiques  
pour devenir heureux. Si je suis heureux, je fais des  
mathématiques pour le rester.**

**Alfréd Rényi (1921-1970)**  
**cité par Paul Turán dans « Rényi Alfréd ».**  
*Matematikai Lapok, 21 (1970).*

**Les mathématiques ne connaissent pas de races ...  
Pour les mathématiques, l'ensemble du monde  
culturel est un seul pays.**

**David Hilbert (1862-1943)**

**Discours informel en marge du Congrès  
international des mathématiciens à Bologne (1928),  
rapporté par Constance Reid dans *Hilbert* (1970).**



Source : Wikimedia Commons.

**Partout où une hypothèse est posée et des conclu-  
sions déduites, les mathématiques sont à l'œuvre.  
Partout où le scientifique va au-delà des faits obser-  
vés, en introduisant des concepts tels que énergie,  
champ [...], il devient un mathématicien. Les ma-  
thématiques sont un mode de pensée fondamental,  
impossible à éluder.**

**James Byrnie Shaw (1866-1948)**

**« The Spirit of Research ». *The Monist*, 32.4 (1932).**



Source : Wikimedia Commons.

Bornée à son vrai domaine, la raison mathématique y peut admirablement remplir l'office universel de la saine logique : induire pour déduire, afin de construire. [...] Sa réaction générale, plus négative que positive, doit surtout consister à nous inspirer partout une invincible répugnance pour le vague, l'incohérence, et l'obscurité, que nous pouvons réellement éviter envers des pensées quelconques, si nous y faisons assez d'efforts.

Auguste Comte (1798-1857)

*Synthèse subjective* (1856).

Les mathématiques, dans une jungle de tragédies et de changements, sont une créature de l'esprit, née du cri de l'humanité à la recherche d'une réalité invariante, immuable en substance, inaltérable avec le temps.

Cletus O. Oakley (1899-1990)

« Mathematics »

*The American Mathematical Monthly* (1949).



Portrait : De Lorelei. Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 4.0.

La pensée mathématique est belle parce qu'elle est possible n'importe où. Tout ce dont vous avez besoin, c'est d'un peu de paix et de beaucoup de patience, le tout accompagné d'une volonté de regarder au-delà des idées reçues.

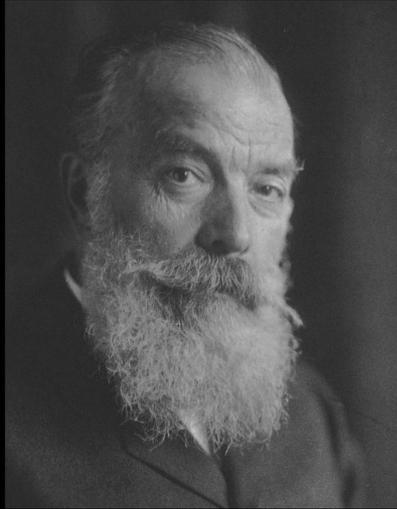
Daniel Tammet (1979-)  
*Embracing the Wide Sky* (2009).

Selon moi, la Science mathématique est un entier indivisible, un organisme dont la force vitale a pour condition l'indissolubilité de ses parties. En effet, quelle que soit la diversité des matières de notre Science dans ses détails, nous n'en sommes pas moins frappés de l'équivalence des procédés logiques, de la parenté des idées dans l'ensemble de la Science ainsi que des nombreuses analogies dans ses différents domaines.

David Hilbert (1862-1943)  
Conférence donnée devant le Congrès international des mathématiciens à Paris en 1900.



Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Rudolf Dührkoop.  
Source : Wikimedia Commons.

De même que l'art ne peut s'épanouir que lorsque l'artiste, insouciant des difficultés de l'existence, peut écouter et suivre les inspirations de son esprit, les mathématiques, la plus idéale des sciences, ne fleurissent leurs plus belles fleurs que lorsque la pénible fantasmagorie de la vie terrestre diminue de plus en plus, lorsque seule prédomine la recherche de la vérité nue, ce qui ne se produit que pour les nations dans la pleine force de leur développement.

**Emil Lampe (1840-1918)**

*Die Entwicklung der Mathematik im  
Zusammenhange mit der Ausbreitung der Kultur  
(1893).*



Source : Wikimedia Commons / Grasso Luigi.  
Licence CC BY-SA 4.0.

Les mathématiques sont à bien des égards les plus élaborées et les plus sophistiquées des sciences – c'est du moins ce qu'il me semble, en tant que mathématicien. Je trouve donc à la fois un plaisir et une contrainte particuliers à décrire les progrès des mathématiques, car ils ont fait partie de tant de spéculations humaines : ils sont une échelle, pour la pensée mystique aussi bien que rationnelle, dans l'ascension intellectuelle de l'homme.

**Jacob Bronowski (1908-1974)**

*The Ascent of Man (1973).*

En mathématiques, vous n'avez pas besoin de matériel coûteux ni de centaines d'assistants. Vous êtes seul face à l'inconnu, réussissant ou échouant de votre propre chef.

János Kollár (1956-)  
dans : Mariana Cook. *Mathematicians : An Outer View of the Inner World* (2009).

Si les gens ne croient pas que les mathématiques sont simples, c'est uniquement parce qu'ils ne réalisent pas à quel point la vie est compliquée.

John von Neumann (1903-1957)  
Discours donné lors de la première rencontre nationale de l'*Association for Computing Machinery* (1947).



Source : Wikimedia Commons /  
Los Alamos National Laboratory.

**L'avancement et la perfection des mathématiques  
sont intimement liés à la prospérité de l'État.**

**Napoléon Bonaparte (1769-1821)  
dans une lettre à Pierre-Simon Laplace (1<sup>er</sup> août  
1812).**

*Correspondance de Napoléon I<sup>er</sup>, 24 (1868).*



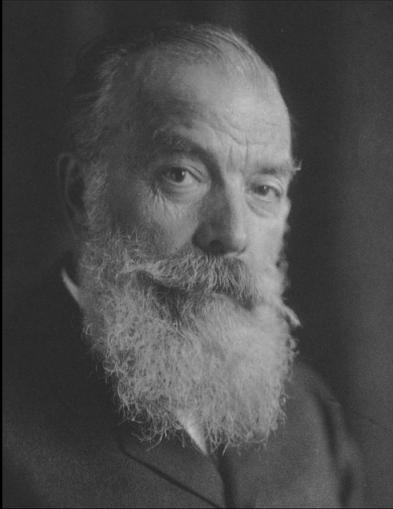
Portrait : Jacques-Louis David.  
Source : Wikimedia Commons.



Portrait : Nicolas Eustache Maurin.  
Source : Wikimedia Commons.

**La vie n'est bonne qu'à deux choses : à faire des ma-  
thématiques et à les professer.**

**Siméon-Denis Poisson (1781-1840)  
cité par François Arago : « Poisson ». *Œuvres  
complètes de François Arago*, vol. 2 (1854).**



Portrait : Rudolf Dührkoop.  
Source : Wikimedia Commons.

Le charme envoûtant des mathématiques, auquel sont soumis tous ceux qui s'y consacrent, et qui est comparable à la frénésie conjurée par le poète achevant son œuvre, a toujours été incompréhensible pour l'observateur et a souvent fait du mathématicien enthousiaste un objet de dérision.

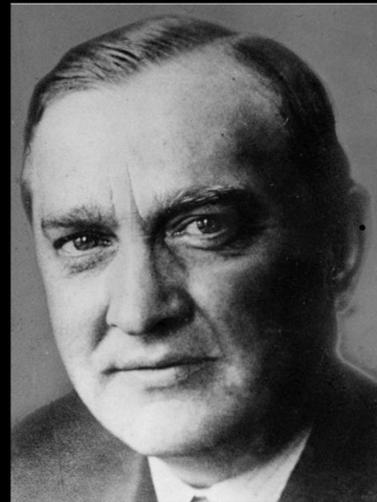
**Emil Lampe (1840-1918)**

*Die Entwicklung der Mathematik im  
Zusammenhange mit der Ausbreitung der Kultur  
(1893).*

Les mathématiques sont la plus belle et la plus puissante création de l'esprit humain. Les mathématiques sont aussi vieilles que l'Homme.

**Stefan Banach (1892-1945)**

cité par R. Kałuża, W.A. Woyczyński et A. Kostant  
dans *Through a reporter's eyes : the life of Stefan  
Banach (1996).*



Source : Wikimedia Commons / Hussein Abdulhakim.  
Licence CC BY-SA 3.0.

[La recherche mathématique] est impersonnelle, sans émotion, non influencée par l'amour ou la haine, la joie ou les larmes. Ses mondes sont éternels, même s'ils évoluent comme des nuages de fumée dans le vent volontaire.

James Byrnie Shaw (1866-1948)

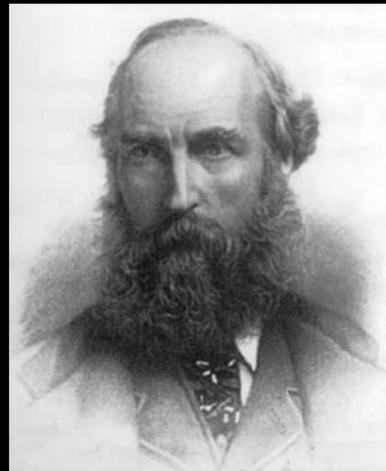
« The Spirit of Research ». *The Monist*, 32.4 (1932).

Contigu à l'espace et contemporain du temps, tel est le royaume des mathématiques ; à l'intérieur de ce domaine, sa domination est suprême ; rien ne peut exister autrement que selon son ordre ; rien ne peut se passer en contradiction avec ses lois. Sur son mystérieux parchemin est écrit, pour ceux qui savent le lire, ce qui a été, ce qui est, et ce qui est à venir.

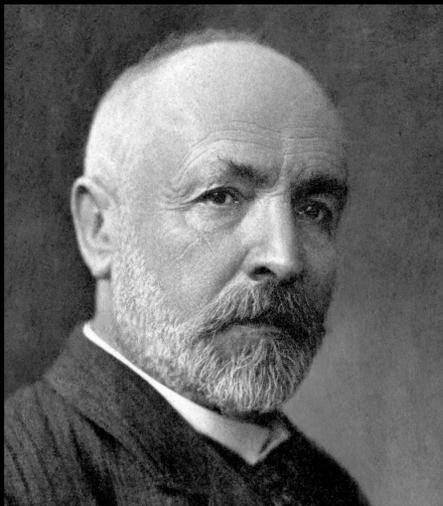
William Spottiswoode (1825-1883)

Allocution donnée le 14 août 1878.

« Address of William Spottiswoode, president ».  
*Report of the 48th Meeting of the British Association for the Advancement of Science* (1878).



Source : Wikimedia Commons.  
Licence CC BY-SA 3.0.



Source : Wikimedia Commons.

*L'essence des mathématiques réside [...] dans leur liberté.*

**Georg Cantor (1845-1918)**  
*Grundlagen einer allgemeinen  
Mannigfaltigkeitslehre (1883).*



# Index

- ABEL, Niels Henrik (1802–1829), mathématicien norvégien : 40, 118  
AIKEN, Howard (1900–1973), informaticien américain : 49  
AL-BIRUNI (973 – v. 1050), érudit persan : 16  
ALEMBERT, Jean le Rond d' (1717–1783), mathématicien, physicien et philosophe français : 13, 119  
ARAGO, François (1786–1853), astronome, physicien et homme d'État français : 47, 102, 124  
ARBUTHNOT, John (1667–1735), médecin, mathématicien et écrivain écossais : 25, 86  
ARCHIMÈDE (v. 287 AEC – v. 212 AEC), mathématicien, physicien et ingénieur grec : 129  
ATIYAH, Michael (1929–2019), mathématicien britannique d'origine libanaise : 55, 86
- BACON, Francis (1561–1626), philosophe et homme d'État britannique : 84  
BACON, Roger (v. 1215 – v. 1290), philosophe, religieux et scientifique britannique : 4  
BANACH, Stefan (1892–1945), mathématicien polonais : 106, 147  
BARROW, Isaac (1630–1677), mathématicien et théologien britannique : 7  
BELL, Eric Temple (1883–1960), mathématicien et écrivain américain d'origine écossaise : 38, 101, 114  
BERS, Lipman (1914–1993), mathématicien américain d'origine lettone : 31  
BLOEMBERGEN, Nicolaas (1920–2017), physicien américain d'origine néerlandaise : 54  
BÔCHER, Maxime (1867–1918), mathématicien américain : 67  
BOCHNER, Salomon (1899–1982), mathématicien américain : 5  
BOLYAI, János (1802–1860), mathématicien hongrois : 46  
BONAPARTE, Napoléon (1769–1821), militaire et homme d'État français : 146  
BOREL, Émile (1871–1956), mathématicien et homme politique français : 40, 42  
BORN, Max (1882–1970), physicien allemand : 19  
BOX, George (1919–2013), statisticien britannique : 75  
BRAHMAGUPTA (v. 598 – v. 668), mathématicien et astronome indien : 131  
BRONOWSKI, Jacob (1908–1974), mathématicien britannique d'origine polonaise : 144  
BROUWER, Luitzen Egbertus Jan (1881–1966), mathématicien néerlandais : 8
- CANTOR, Georg (1845–1918), mathématicien allemand : 59, 88, 116, 149  
COMTE, Auguste (1798–1857), philosophe français : 6, 142

- CONNES, Alain (1947–), mathématicien français : 98  
COURANT, Richard (1888–1972), mathématicien germano-américain : 8  
COURNOT, Antoine Augustin (1801–1877), mathématicien et philosophe français : 108
- DAVIS, Philip J. (1923–2018), mathématicien américain : 7  
DE MORGAN, Augustus (1806–1871), mathématicien et logicien britannique : 14, 42  
DEDEKIND, Richard (1831–1916), mathématicien allemand : 120  
DESCARTES, René (1596–1650), mathématicien, philosophe et physicien français : 49, 77, 94, 135  
DILLMANN, Christian Heinrich von (1829–1899), pédagogue allemand : 136  
DIRAC, Paul (1902–1984), physicien britannique : 26, 54, 62, 68  
DYSON, Freeman (1923–2020), physicien et mathématicien britanno-américain : 52
- EINSTEIN, Albert (1879–1955), physicien helvético-américain d'origine allemande : 12, 13, 31, 36, 72, 74, 129  
ERDÖS, Paul (1913–1996), mathématicien hongrois : 69, 98  
ESCHER, Maurits Cornelis (1898–1972), artiste néerlandais : 66, 137  
ETTEN, H. van : 90
- FERMAT, Pierre de (v. 1607 – 1665), magistrat et mathématicien français : 124  
FOURIER, Joseph (1768–1830), mathématicien et physicien français : 26, 73, 75  
FRANKLIN, Benjamin (1706–1790), imprimeur, inventeur et homme politique américain : 81, 140  
FREGE, Gottlob (1848–1925), mathématicien, logicien et philosophe allemand : 103  
FULLER, Richard Buckminster (1895–1983), architecte, inventeur et auteur américain : 62
- GALILÉE (1564–1642), astronome, mathématicien et physicien italien : 17, 76  
GALOIS, Évariste (1811–1832), mathématicien français : 109, 132  
GARDNER, Martin (1914–2010), écrivain américain spécialisé dans la vulgarisation mathématique et scientifique : 18, 73, 76, 134, 135  
GAUSS, Carl Friedrich (1777–1855), mathématicien, astronome et physicien allemand : 119, 121  
GERGONNE, Joseph Diez (1771–1859), mathématicien français : 41  
GUILLAUME, abbé d'Auberive (XII<sup>e</sup> siècle) : 91
- HALMOS, Paul (1916–2006), mathématicien américain d'origine hongroise : 5, 43, 81, 105, 134  
HAMILTON, William Rowan (1805–1865), mathématicien, physicien et astronome irlandais : 32  
HANKEL, Hermann (1839–1873), mathématicien allemand : 37  
HARDY, Godfrey Harold (1877–1947), mathématicien britannique : 66, 68, 85, 88, 99, 102, 104, 131  
HERBART, Johann Friedrich (1776–1841), philosophe, psychologue et pédagogue allemand : 25  
HERSH, Reuben (1927–2020), mathématicien américain : 7  
HEYTING, Arend (1898–1980), mathématicien et logicien néerlandais : 8  
HILBERT, David (1862–1943), mathématicien allemand : 41, 58, 60, 63, 83, 114, 122, 133, 141, 143
- ITELSON, Gregorius (1852–1926) : 82

- JACOBI, Carl Gustav Jacob (1804–1851), mathématicien allemand : 16
- KEYSER, Cassius Jackson (1862–1947), mathématicien américain : 100, 117
- KOLLÁR, János (1956–), mathématicien hongrois : 145
- KOVALEVSKAYA, Sofia [Sophie Kowalevski] (1850–1891), mathématicienne russe : 12, 32
- LAMPE, Emil (1840–1918), mathématicien allemand : 144, 147
- LANG, Serge (1927–2005), mathématicien franco-américain : 27, 121
- LANGMUIR, Irving (1881–1957), chimiste et physicien américain : 136
- LAPLACE, Pierre-Simon (1749–1827), mathématicien, astronome, et physicien français : 74, 87, 94–96, 110, 128
- LAUTRÉAMONT, Comte de [Isidore Ducasse] (1846–1870), poète français : 30, 33
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1646–1716), mathématicien, philosophe et scientifique allemand : 125
- LEURECHON, Jean (1591–1670), mathématicien et père jésuite : 90
- MANIN, Yuri (1937–), mathématicien russe : 116
- MERSENNE, Marin (1588–1648), érudit, théologien, et mathématicien français : 91
- NAGEL, Ernest (1901–1985), philosophe des sciences américain : 84
- NEUMANN, John von (1903–1957), mathématicien et physicien américano-hongrois : 22, 95, 104, 126, 145
- NEWMAN, James R. (1907–1966), mathématicien et historien des mathématiques américain : 84
- NEWTON, Isaac (1643–1727), mathématicien, physicien et astronome britannique : 47
- OAKLEY, Cletus Odia (1899–1990), professeur de mathématiques : 100, 142
- OKOUNKOV, Andrei (1969–), mathématicien russe : 27, 99
- PAULIAN, Aimé-Henri (1722–1801) : 52
- PEANO, Giuseppe (1858–1932), mathématicien italien : 132
- PEIRCE, Benjamin (1809–1880), mathématicien américain : 83
- PEIRCE, Charles Sanders (1839–1914), mathématicien, logicien et philosophe américain : 4
- PIERPONT, James (1866–1938), mathématicien américain : 60, 120
- POINCARÉ, Henri (1854–1912), mathématicien, physicien et philosophe français : 9, 18, 22, 24, 46, 50, 72, 80, 85, 87, 118
- POISSON, Siméon-Denis (1781–1840), mathématicien et physicien français : 146
- POLANYI, Michael (1891–1976), chimiste, économiste et philosophe hongro-britannique : 67
- PÓLYA, George (1887–1985), mathématicien américain d'origine hongroise : 48, 58, 61
- PTOLÉMÉE, Claude (v. 100 – v. 170), mathématicien, astronome, astrologue et géographe grec : 130
- QUETELET, Adolphe (1796–1874), mathématicien, astronome, et sociologue belge : 53
- RAMSEY, Frank Plumpton (1903–1930), mathématicien, philosophe et économiste britannique : 114
- RÉNYI, Alfréd (1921–1970), mathématicien hongrois : 98, 140

- ROBBINS, Herbert (1915–2001), mathématicien américain : 8  
ROTA, Gian-Carlo (1932–1999), mathématicien et philosophe américain : 103  
RUELLE, David (1935–), physicien et mathématicien français d'origine belge : 17, 101, 125  
RUSSELL, Bertrand (1872–1970), mathématicien, logicien, et philosophe britannique : 111, 127
- SAWYER, Walter Warwick (1911–2008), mathématicien britannique : 127  
SCHRÖDINGER, Erwin (1887–1961), physicien autrichien : 48  
SCHUBERT, Hermann (1848–1911), mathématicien allemand : 37  
SERRE, Jean-Pierre (1926–), mathématicien français : 38  
SHAW, James Byrnie (1866–1948) : 6, 141, 148  
SLAUGHT, Herbert Ellsworth (1861–1937), mathématicien américain : 23  
SOMMERFELD, Arnold (1868–1951), physicien allemand : 53  
SPOTTISWOODE, William (1825–1883), mathématicien et physicien britannique : 148  
SYLVESTER, James Joseph (1814–1897), mathématicien britannique : 24, 117, 130, 137
- TAMMET, Daniel (1979–), écrivain et poète britannique : 143  
THURSTON, William (1946–2012), mathématicien américain : 126  
TURING, Alan (1912–1954), mathématicien britannique : 82  
TURNBULL, Coulson : 133
- ULAM, Stanislaw (1909–1984), mathématicien et physicien américain d'origine polonaise : 105
- VILLANI, Cédric (1973–), mathématicien et homme politique français : 80  
VOEVODSKY, Vladimir (1966–2017), mathématicien russo-américain : 128
- WALTERSHAUSEN, Wolfgang Sartorius von (1809–1876), géologue allemand : 121  
WEIERSTRASS, Karl (1815–1897), mathématicien allemand : 30, 32  
WHEWELL, William (1794–1866), scientifique, philosophe et historien des sciences britannique : 23  
WHITEHEAD, Alfred North (1861–1947), mathématicien, logicien et philosophe britannique : 36, 108–110  
WILES, Andrew (1953–), mathématicien britannique : 59, 61